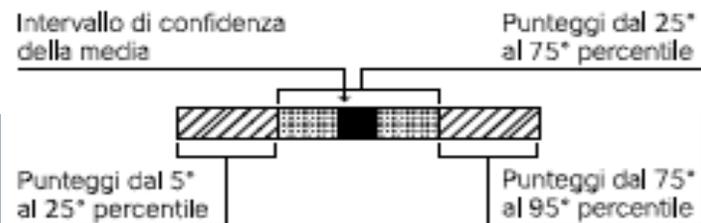
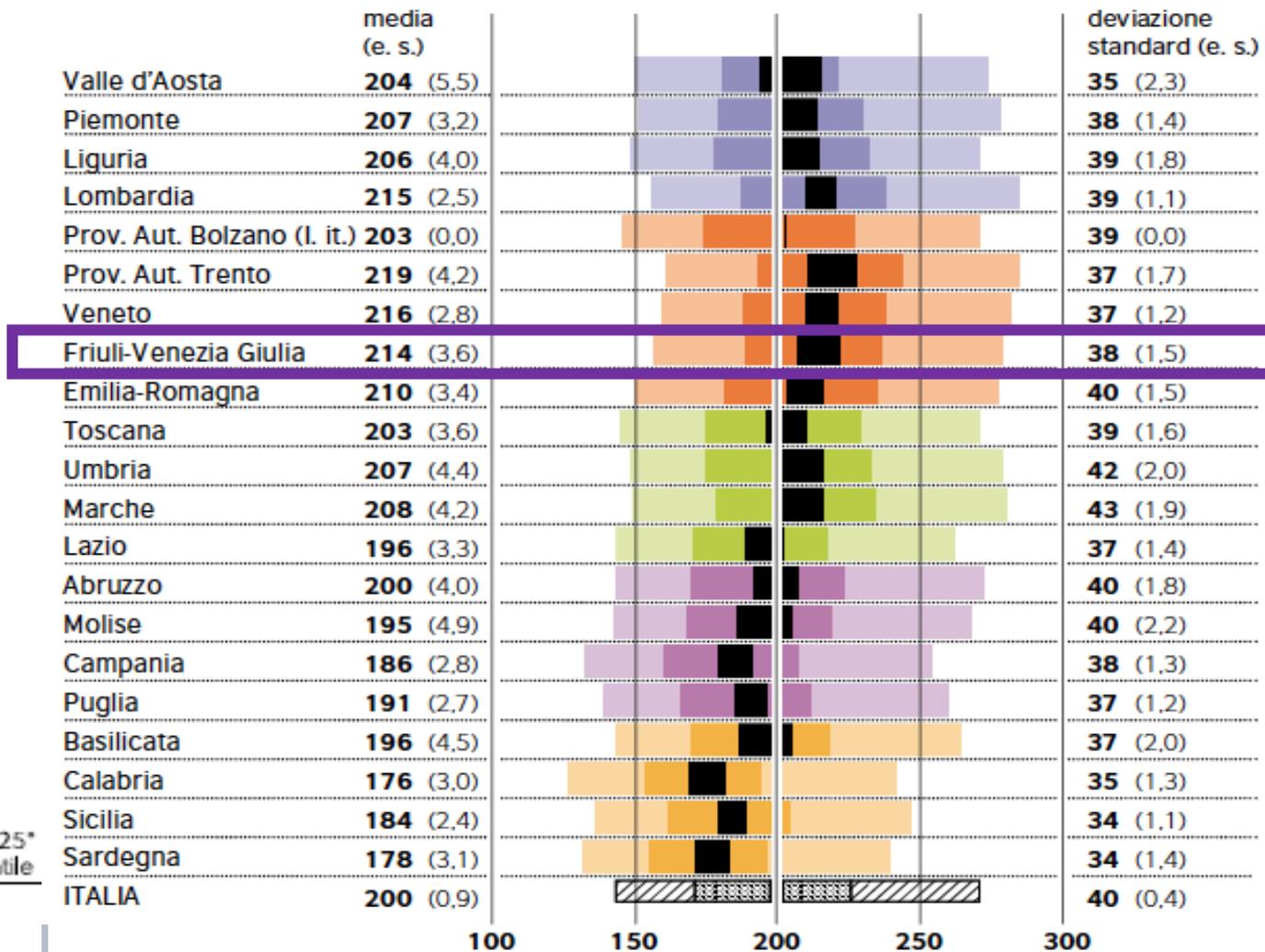
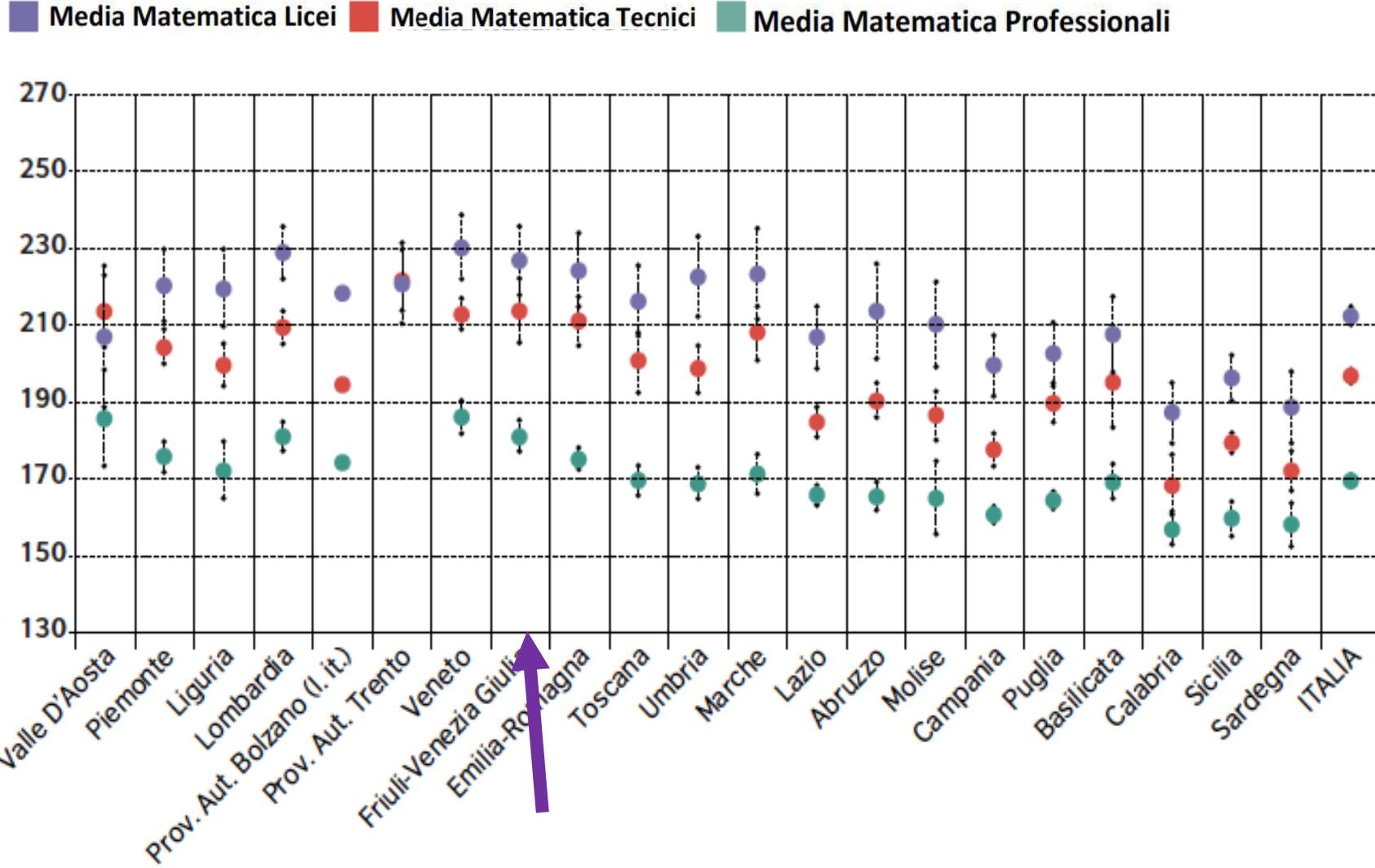


# La prova INVALSI di Matematica al termine del secondo ciclo di istruzione

UDINE  
14 gennaio 2019  
Aurelia Orlandoni

# PER COMINCIARE: Cosa è successo al GRADO 10





# Programma del seminario

A

- Riferimenti normativi

B

- Quadro di Riferimento di Matematica

C

- Struttura della prova di Matematica del grado 13

D

- Esempi di quesiti per Licei scientifici e Istituti tecnici

E

- Approfondimenti

# *Riferimenti Normativi*

# Il decreto legislativo n. 62 del 13 aprile 2017

## *Prove computer based per*

- III secondaria di primo grado (grado 8) per Italiano, Matematica e Inglese da 2018
- II secondaria di secondo grado (grado 10) per Italiano, Matematica da 2018
- **V secondaria di secondo grado (grado 13)** per Italiano, Matematica e Inglese da **2019**

## Le prove INVALSI della V sec. di II grado (grado 13)

Art. 19 del D. Lgs. n. 62/2017:

- Italiano, Matematica, Inglese
- costituiscono **attività ordinaria** d'istituto
- si svolgono durante l'anno scolastico (**marzo**)
- sono *computer based* (**CBT**)

Art. 13, comma 2, lettera b) del D. Lgs. n. 62/2017:

uno dei requisiti di ammissione all'esame di Stato è la **partecipazione, durante l'ultimo anno di corso**, alle prove predisposte dall'INVALSI, volte a verificare i livelli di apprendimento conseguiti nelle discipline oggetto di rilevazione di cui all'articolo 19

Art. 21, comma 2, del D. Lgs. n. 62/2017:

*in una specifica sezione [del curriculum] sono indicati, in forma descrittiva, i livelli di apprendimento conseguiti nelle prove (...) di cui all'art. 19, distintamente per ciascuna delle discipline oggetto di rilevazione e la certificazione sulle abilità di comprensione e uso della lingua inglese*

## Le prove INVALSI della V sec. di II grado (grado 13)

Legge 21 settembre 2018, n.108

Il Decreto-legge 25 luglio 2018, n. 91, convertito, con modificazioni, nella Legge 21 settembre 2018, n. 108, dispone il differimento di un anno della norma che stabilisce che lo svolgimento delle prove INVALSI costituisce requisito per l'ammissione all'esame di Stato ("Esame di maturità"). Questa modifica vale sia per i candidati interni (art. 13, comma 2, lettera b) sia per quelli esterni (art. 14, comma 3, sesto periodo).

## Le prove INVALSI della V sec. di II grado (grado 13)

Legge 21 settembre 2018, n.108

Restano invece **invariate** le norme che riguardano lo **svolgimento** delle prove scritte a carattere nazionale di Italiano, Matematica e Inglese predisposte dall'INVALSI (articoli 19, 21 e 26 del D. Lgs. N. 62/2017).

In particolare:

- le prove INVALSI di Italiano, Matematica e Inglese della classe quinta della scuola secondaria di secondo grado si **svolgono regolarmente** nel periodo fissato con Ordinanza Ministeriale prot. n. 24143 del 30 agosto 2018 e cioè **dal 4 al 30 marzo 2019**;
- il loro svolgimento costituisce per le istituzioni scolastiche **attività ordinaria di istituto** (art. 19, comma 3 del D. Lgs. N. 62/2017);
- nel **curriculum dello studente** è prevista l'indicazione in forma descrittiva dei livelli di apprendimento conseguiti da ciascuno studente nelle prove INVALSI e la certificazione delle abilità di comprensione e uso della lingua Inglese.

# *Il quadro di riferimento di Matematica (QdR)*

# Alla base delle rilevazioni

## Quadro teorico di riferimento

- › Definito in corrispondenza con le finalità generali dell'Invalsi che riguardano la *valutazione del sistema dell'istruzione*



- › redatto coerentemente al quadro generale nel quale sono formulati i *curricoli della scuola italiana*



- › Indicazioni di legge attualmente in vigore

# Alla base delle rilevazioni

## Quadro teorico di riferimento

- ✧ Definisce gli ambiti, i processi cognitivi e i compiti oggetto di rilevazione, delimitando quindi il campo rispetto al quale sono costruite le prove.
- ✧ Permette di definire e circoscrivere il valore informativo delle prove che in base ad esso vengono costruite, chiarendone la portata e i limiti.
- ✧ Costituisce il documento fondamentale per:
  - ✓ gli autori delle prove
  - ✓ gli esperti che ne curano la revisione
  - ✓ i docenti che sono chiamati a interpretare i risultati dei loro allievi

# STRUTTURA del Quadro di Riferimento: **Matematica**

$\pi$

INDICAZIONI NAZIONALI E LINEE GUIDA  
GUIDA

## AMBITI

- Numeri
- Spazio e figure
- Relazioni e funzioni
- Dati e previsioni

## DIMENSIONI

- Conoscere
- Risolvere problemi
- Argomentare

## MATEMATICA: LE DIMENSIONI

Conoscere  
Risolvere problemi  
Argomentare

- ✧ esigenze connesse con l'analisi statistica dei risultati delle prove
- ✧ necessità di orientare la lettura dei risultati in accordo con le indicazioni nazionali per il Curricolo e in particolare con i Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola primaria e secondaria di I grado

### Per la scuola secondaria di II grado

Un gruppo di lavoro ha individuato una serie di Traguardi per lo sviluppo delle competenze alla *fine della scuola secondaria di II grado* in diretta *continuità* con i Traguardi della *fine del primo ciclo*

### Risolvere problemi Argomentare

- ✧ stretta relazione tra *Problem solving* e *argomentazione*
- ✧ calcolatrici e computer incorporano tutte le attività matematiche di tipo esecutivo ma richiedono lo sviluppo di competenze di *decisione*, di *scelta* e di *controllo*

### I limiti e le potenzialità delle prove Invalsi

competenza di orientarsi in una situazione problematica fino ad individuare il problema da risolvere (*Problem Posing*)

capacità di affrontare un problema “grezzo” procurandosi i dati necessari per risolverlo



capacità di *scegliere* l'affermazione corretta e di *individuare* una giustificazione di essa tra quelle proposte



capacità di *scegliere* l'affermazione corretta e *produrre* una giustificazione di essa

capacità di *produrre* e poi *giustificare* un'affermazione

## MATEMATICA: LE DIMENSIONI

### Conoscere

*Oggetti matematici* (concetti, segni, algoritmi ....)

*Capacità di farne uso* stabilendo connessioni tra essi

competenze strumentali  
al *Problem solving* e all'*argomentazione*

## MATEMATICA: LE DIMENSIONI

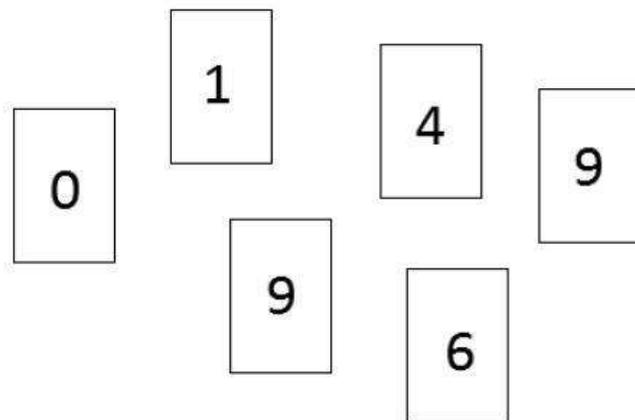
Conoscere

### Le prove Invalsi

capacità di *uso flessibile* e di *padronanza critica*  
degli strumenti e delle conoscenze matematiche

## Grado 05 – 2013 – risposta univoca

D13. Scrivi il numero maggiore che puoi ottenere mettendo uno dopo l'altro questi sei cartellini.



Risposta: ..... **996410** .....

Ambito

NUMERI

Scopo della domanda

Conoscere il valore posizionale delle cifre

Dimensione

Conoscere

Padronanza  
“ragionata”  
collegata al  
significato delle  
cifre

# Grado 10 – 2015 – risposta con calcoli

$\pi$

D23. Lo stesso test di matematica è stato proposto a due diversi gruppi di studenti. Il primo gruppo, composto da 20 studenti, ha ottenuto un punteggio medio di 85 e il secondo, composto da 80 studenti, ha ottenuto un punteggio medio di 65.

Qual è il punteggio medio ottenuto dai 100 studenti dei due gruppi?  
Scrivi i calcoli che fai per trovare la risposta e poi riporta il risultato.

Ambito

DATI E PREVISIONI

$$(20 \cdot 85 + 80 \cdot 65) / 100$$

Scopo della domanda

Calcolare una media pesata

Risultato: 69

Richiesta di  
esplicitare il  
percorso  
risolutivo e di  
determinare la  
soluzione

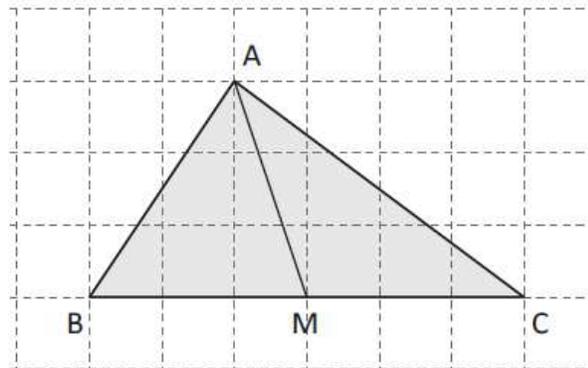
Dimensione

Risolvere problemi

# Grado 08 – 2014 – risposta con giustificazione

$\pi$

D22. Nel triangolo in figura il segmento AM congiunge il vertice A con il punto medio M del lato BC. Il triangolo risulta così diviso in due triangoli.



Ambito  
SPAZIO E FIGURE

Scopo della domanda  
Capire che i due triangoli hanno basi uguali e altezza in comune

I due triangoli ABM ed AMC risultano tra loro equivalenti?

- A.  Sì, perché i triangoli ABM e AMC hanno una base e la relativa altezza di uguali lunghezze
- B.  Sì, perché il lato AM è in comune ai triangoli ABM e AMC
- C.  No, perché i triangoli ABM e AMC non sono congruenti
- D.  No, perché il segmento AM è la mediana relativa al lato BC

Dimensione  
Argomentare

Scelta dell'affermazione e individuazione della giustificazione di essa tra quelle proposte

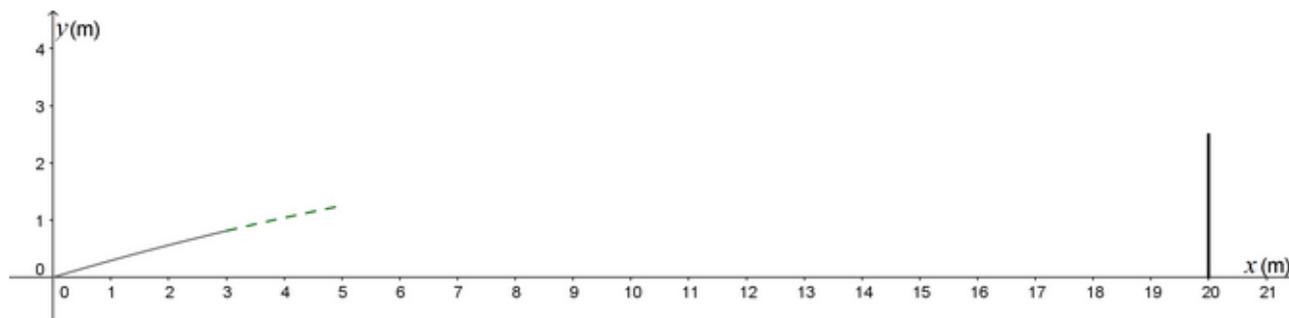
# Grado 13 – esempi di domande 2018

## risposta con giustificazione

Domanda

Un calciatore si trova in posizione centrale di fronte alla porta avversaria alla distanza di 20 m e calcia un pallone. La traiettoria del pallone è descritta rispetto al sistema di riferimento  $Oxy$  rappresentato in figura dall'equazione  $y = -\frac{1}{100}x^2 + \frac{3}{10}x$ . In figura è rappresentata la prima parte della traiettoria.

La porta è alta 2,5 m.



Il pallone entra in porta? Scegli una delle due risposte e spiega il tuo ragionamento.

*Digita la risposta alla domanda nella casella corretta.*

Sì, perchè

nel punto di ascissa 20 m la palla si trova a un'altezza da terra di 2 m che è minore di 2,5 m

No, perchè

Ambito

RELAZIONI E FUNZIONI

Scopo della domanda

Utilizzare un modello matematico per risolvere un problema esplicitando il percorso risolutivo

Dimensione

Risolvere problemi

# Grado 13 – esempi di domande 2018

## risposta con giustificazione

Domanda

Un calciatore si trova in posizione centrale di fronte alla porta avversaria alla distanza di 20 m e calcia un pallone. La traiettoria del pallone è descritta rispetto al sistema di riferimento  $Oxy$  rappresentato in figura dall'equazione  $y = -\frac{1}{100}x^2 + \frac{3}{10}x$ . In figura è rappresentata la prima parte della traiettoria.

La porta è alta 2,5 m.



Il pallone entra in porta? Scegli una

Digita la risposta alla domanda nell

Sì, perchè

nel punto di a  
un'altezza da terra

No, perchè

Richiesta di  
esplicitare il  
percorso  
risolutivo per  
giustificare  
un'affermazione

Ambito

RELAZIONI E FUNZIONI

Scopo della domanda

Utilizzare un modello matematico  
per risolvere un problema  
esplicitando il percorso risolutivo

Dimensione

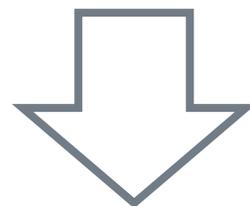
Risolvere problemi

# *La prova di matematica del Grado 13*

## La prova di matematica del Grado 13

La prova INVALSI alla fine del secondo ciclo di istruzione vuole verificare **conoscenze** e **competenze** che si sono costruite durante un lungo percorso cercando di garantire un forte carattere di **continuità** fra il primo e il secondo ciclo.

### **continuità verticale**

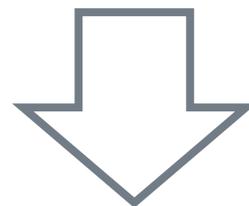


presenza di contenuti e competenze comuni in tutte le prove INVALSI, con domande che servono per valutare se alcune conoscenze e competenze di base si sono **mantenute** fino alla fine del secondo ciclo di istruzione

## La prova di matematica del Grado 13

Nelle Indicazioni nazionali/Linee guida si può individuare un insieme di **contenuti** e di **competenze trasversali**, e quindi comuni, a tutti gli indirizzi di studi.

**continuità trasversale**



presenza di contenuti e competenze comuni nelle prove INVALSI di tutti gli indirizzi che vengono approfonditi e **ricontestualizzati** nel secondo biennio della scuola secondaria di secondo grado

## *La prova di matematica del Grado 13*

Le Indicazioni nazionali/Linee Guida presentano, sia nella distribuzione dei quadri orari sia a livello di contenuti, elementi di **differenziazione** che vanno accentuandosi nel secondo biennio e nel quinto anno.

Sono stati confrontati gli esiti delle sperimentazioni condotte dal 2014 con quanto previsto dalle Indicazioni nazionali/Linee guida per cercare un **riscontro empirico** tra il curriculum previsto e quello insegnato.

Allo scopo di valorizzare alcuni aspetti che la disciplina assume nei curricula del **Liceo scientifico** e degli **Istituti tecnici** sono previste, nelle prove INVALSI, domande che caratterizzano questi percorsi di studi.

# La prova di matematica del Grado 13

La **tipologia** dei quesiti:

- ✓ domande di **manutenzione (M)**: contenuti fondamentali, in stretta continuità con i traguardi della scuola secondaria di primo grado (grado 8) e del primo biennio della scuola secondaria di secondo grado (grado 10). Esempi: letture di grafici e tabelle, calcolo di perimetri, aree e volumi, percentuali, ordini di grandezza, relazioni lineari fra grandezze, ecc.
- ✓ domande di **ricontestualizzazione (R)**: propongono situazioni simili a quelle già incontrate nel grado 8 o 10 (per oggetti di riferimento, contesti, compiti richiesti, ecc.), ma che richiedono l'acquisizione di nuovi strumenti e nuovi contenuti matematici appresi nel corso del secondo biennio. Esempi: la geometria analitica, i modelli esponenziali e logaritmici, le funzioni circolari, ecc.

# La prova di matematica del Grado 13

La **tipologia** dei quesiti:

- ✓ domande di **analisi matematica (T)** (versione per istituti tecnici): l'insegnamento dell'analisi matematica, propedeutica alle discipline professionalizzanti (economia, elettronica, informatica, costruzioni, ecc.) è prevista di norma al quarto anno solo per gli istituti tecnici (ITE e ITT)
- ✓ domande di **analisi matematica e di approfondimento contenutistico (LS)** (liceo scientifico, tutte le opzioni): quesiti per contenuto e livello specifici e caratterizzanti questo percorso di studi. Esempi: geometria nello spazio, calcolo delle probabilità, analisi matematica, ecc.

## *La prova di matematica del Grado 13*

### **TRE tipologie** di prove:

- A. Licei non scientifici e Istituti professionali con quesiti *M* e *R*
- B. Istituti tecnici con quesiti *M*, *R* e *T*
- C. Licei scientifici (tutte le opzioni di liceo scientifico) con quesiti *M*, *R* e *LS*

# La prova di matematica del Grado 13

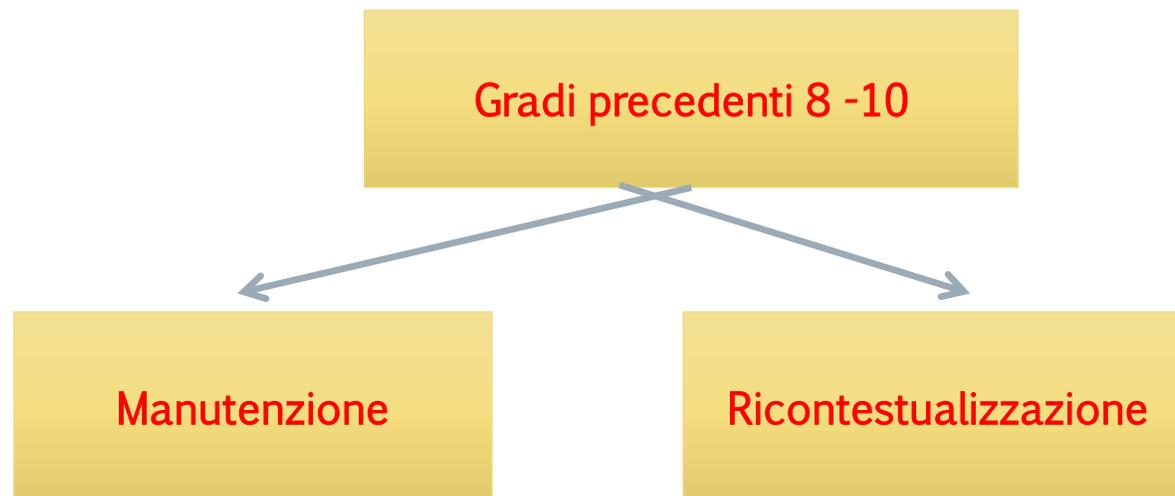
La **struttura** della prova:

- DURATA:
  - ✓ **120 minuti** (prova standard)
  - ✓ **135 minuti** (prova con tempo aggiuntivo per allievi disabili o con DSA)
  
- PROVE (35-40 *item* per ogni tipologia):
  - ✓ Tipologia A: M+R (100%)
  - ✓ Tipologia B: M+R (80%), T (20%)
  - ✓ Tipologia C: M+R (80%), LS (20%)
  
- ESITI (in base all'art. 21, c. 2 del D. Lgs. n. 62/2017): su scala **unica** articolata in **5 livelli descrittivi di apprendimento**.

## *Esempi*

Quale il criterio di classificazione degli item in *manutenzione* e *ricontestualizzazione*?

Quali gli elementi di *continuità verticale* con il grado 8 e il grado 10?



# Esempio

Paolo acquista una tessera che consente l'ingresso a prezzo ridotto per un anno a un cinema della sua città. Il costo della tessera è di 12 euro e permette di pagare il biglietto di ingresso solo 5 euro per ogni spettacolo.

- a. Completa la seguente tabella, dove  $n$  è il numero degli spettacoli e  $S$  il costo complessivo della tessera e dei biglietti di ingresso.

$n$ (numero di spettacoli)	$S$ (costo complessivo in euro)
0	12
1	.....
2	.....
3	.....
4	.....
5	.....

17

22

27

32

37

- b. Quale fra le seguenti formule consente di calcolare il costo complessivo  $S$  al variare del numero  $n$  di spettacoli?

- A.   $S = 12 + 5n$   
 B.   $S = 12 + 5$   
 C.   $S = 12 + n$   
 D.   $S = 12n + 5n$

Il quesito con i suoi tre item è un tipico problema di modellizzazione matematica di un fenomeno e di passaggio tra rappresentazioni diverse dello stesso fenomeno ( tabella, formula, grafico).

Nell'item a lo studente deve completare una tabella con valori numerici e quindi accorgersi che a partire da 12 il costo del biglietto cresce sempre di 5.

Nell'item b si richiede di passare alla generalizzazione attraverso la scelta della formula che rappresenta il costo al variare del numero di spettacoli.

## Gradi precedenti Grado 8

# Esempio

c. Osserva ora i grafici seguenti.

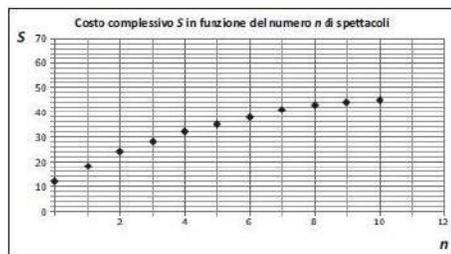


Grafico 1



Grafico 2

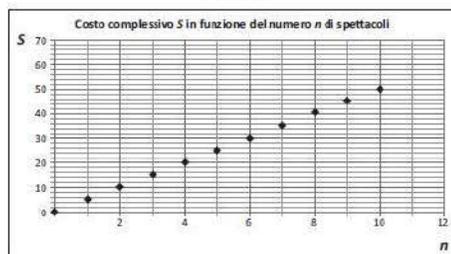


Grafico 3

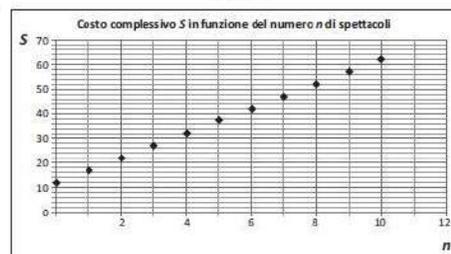


Grafico 4

Quale grafico rappresenta come varia il costo complessivo  $S$  al variare del numero  $n$  di spettacoli?

- A.  Grafico 1
- B.  Grafico 2
- C.  Grafico 3
- D.  Grafico 4

Nell'item c lo studente deve scegliere il grafico che meglio rappresenta l'andamento del costo al variare del numero dei biglietti.

I risultati complessivi ci dicono che oltre il 50% degli studenti è in grado di rispondere correttamente ai tre

# Esempio

## Domanda

La sosta lunga in un parcheggio di un aeroporto è soggetta alle seguenti tariffe.



CONVIENE PER SOSTE  
**OLTRE LE  
24 ORE**

€ 13 fino a due giorni

€ 5 al giorno, dal terzo giorno fino al ventesimo

€ 3 al giorno, dal ventunesimo giorno fino al sessantesimo

La sosta è consentita per un massimo di 60 giorni

IL PARCHEGGIO P4 È COMODO PER soste di lunga durata

LA TARIFFA IDEALE SE: parcheggi l'auto in aeroporto per alcuni giorni, prima di volare verso la tua meta preferita

Rosa deve fare un viaggio all'estero e parcheggia l'auto per 22 giorni.

Quale espressione permette di calcolare in euro quanto spende?

Fai riferimento alla figura a sinistra e clicca su una delle alternative.

A   $13 + 5 \times 18 + 3 \times 2$

B   $5 \times 20 + 3 \times 2$

C   $3 \times 22$

D   $13 + 3 \times 20 + 3 \times 2$

**Scopo della domanda**

Individuare un schema di calcolo per risolvere un problema

**Manutenzione:**

individuazione di uno schema di calcolo attraverso il riconoscimento di un costo fisso e di due tariffe che dipendono dal numero di giorni di sosta.

# Esempio

## modello lineare (a tratti)

### Domanda

Un comune propone un servizio di noleggio giornaliero di auto per una percorrenza massima di 300 km. Il noleggio prevede un costo fisso di 20 euro ed un costo variabile che dipende dal numero di chilometri che si percorrono.

Costo fisso	20 euro
Costo variabile al km per i primi 100 km	0,65 euro al km
Costo variabile per ogni km oltre i primi 100	0,4 euro al km

### Domanda 1/2

Alessandro noleggia un'auto e percorre 100 km. Quanto spende?

*Digita la risposta alla domanda.*

Risposta:  €

### Scopo della domanda

Calcolare il valore di una funzione in un punto, descritta attraverso il linguaggio verbale.

Nel primo item si chiede un calcolo diretto desumibile dalla lettura della tabella.

L'errore più frequente (rilevato nei pretest) è quello di rispondere 65€ non il costo fisso.

# Esempio

## modello lineare (a tratti)

### Domanda

Un comune propone un servizio di noleggio giornaliero di auto per una percorrenza massima di 300 km. Il noleggio prevede un costo fisso di 20 euro ed un costo variabile che dipende dal numero di chilometri che si percorrono.

Costo fisso	20 euro
Costo variabile al km per i primi 100 km	0,65 euro al km
Costo variabile per ogni km oltre i primi 100	0,4 euro al km

### Scopo della domanda

Individuare la rappresentazione grafica del modello descritto.

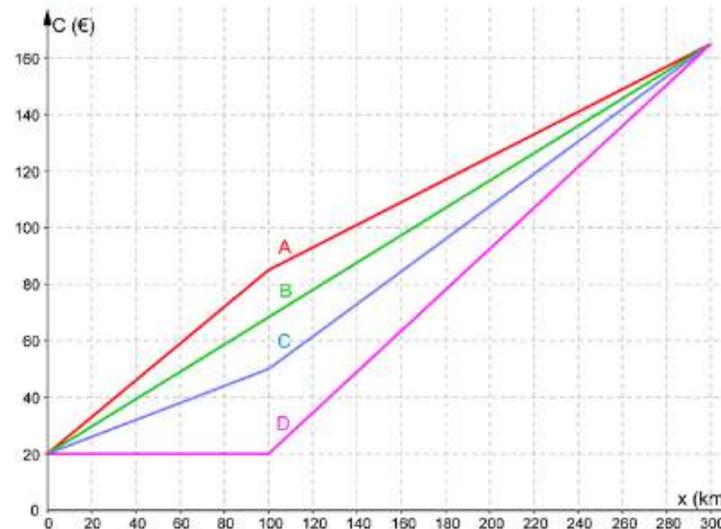
In particolare si chiede di individuare la spezzata che rappresenta il costo del noleggio.

Per farlo occorre capire che ai due costi (in € al km) espressi in tabella corrispondono due «spezzate» con pendenza diversa.

L'errore più frequente (rilevato nei pretest) è la scelta del grafico B.

### Domanda 2/2

Nella figura seguente sono rappresentati i grafici di quattro contratti di autonoleggio.



Qual è il grafico che corrisponde alla proposta del comune?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

- A  Grafico A
- B  Grafico B
- C  Grafico C
- D  Grafico D

# Esempio

## modello esponenziale

**Domanda**

Una popolazione di batteri, inizialmente composta da un milione di individui, viene coltivata in laboratorio. La legge  $N(t) = 2^{2t}$  fornisce il numero  $N$  di batteri in milioni, in funzione del tempo  $t$ , espresso in ore (h).

**Scopo della domanda**  
Completare una tabella calcolando alcuni valori di una funzione esponenziale

Domanda formata da tre item che richiede di utilizzare, nei suoi diversi registri (numerico, algebrico e grafico), un nuovo modello rispetto a quelli visti nel primo biennio

**Domanda 1/3**

Completa la tabella.

Digita i completamenti nelle caselle.

$t$ (h)	Numero $N$ di batteri (in milioni)
0	1
0,5	<input type="text" value="2"/>
1	4
1,5	8
2	<input type="text" value="16"/>
2,5	<input type="text" value="32"/>

# Esempio

## modello esponenziale

### Domanda

Una popolazione di batteri, inizialmente composta da un milione di individui, viene coltivata in laboratorio. La legge  $N(t) = 2^{2t}$  fornisce il numero  $N$  di batteri in milioni, in funzione del tempo  $t$ , espresso in ore (h).

### Domanda 2/3

Dopo quanto tempo la popolazione di batteri sarà composta da 256 milioni di individui?

*Digita la risposta alla domanda.*

Risposta:  ore

### Scopo della domanda

Impostare e poi risolvere un'equazione esponenziale elementare in un contesto

# Esempio

## modello esponenziale

### Domanda

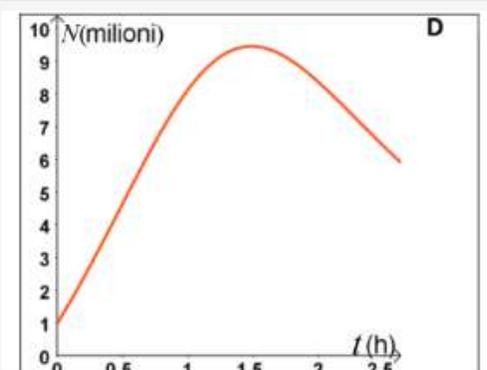
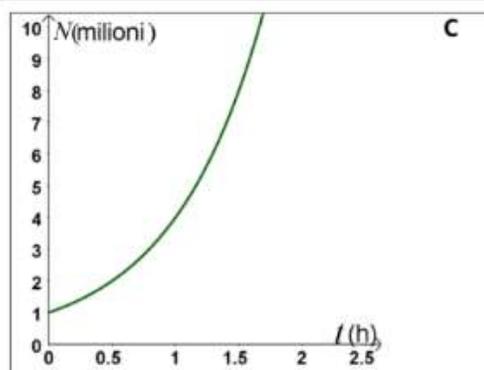
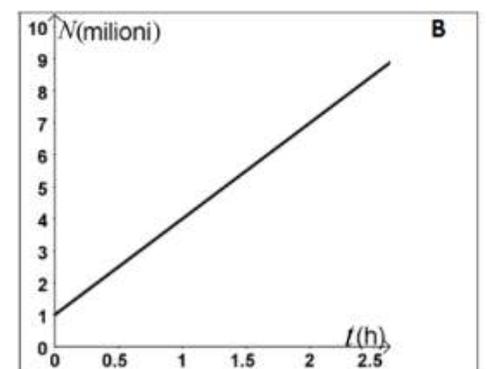
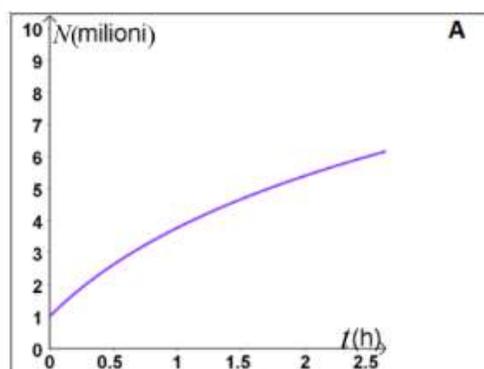
Una popolazione di batteri, inizialmente composta da un milione di individui, viene coltivata in laboratorio. La legge  $N(t) = 2^{2t}$  fornisce il numero  $N$  di batteri in milioni, in funzione del tempo  $t$ , espresso in ore (h).

**Scopo della domanda**  
Individuare la rappresentazione grafica del modello descritto da una funzione esponenziale

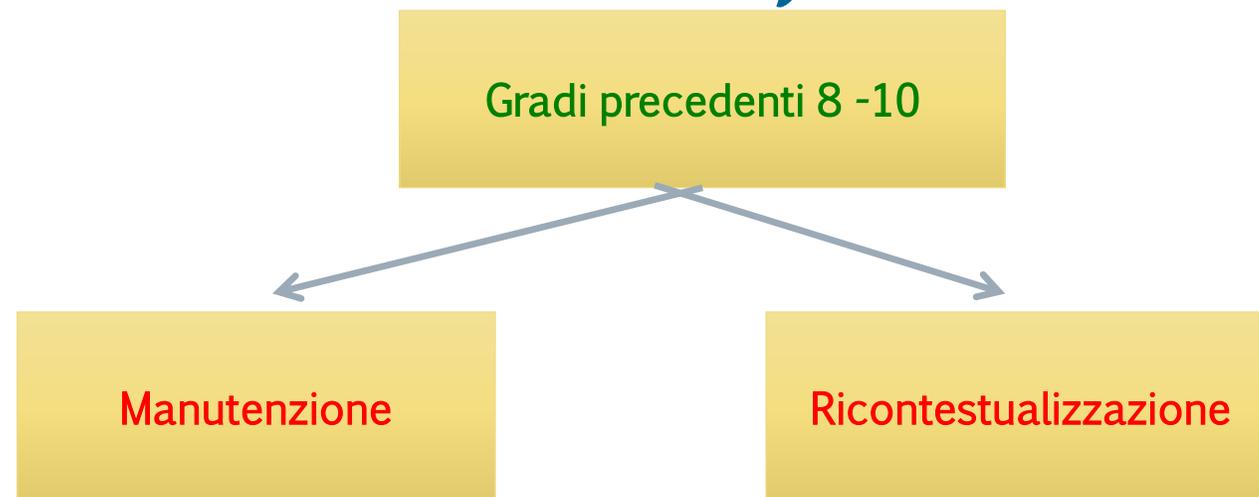
### Domanda 3/3

Quale dei seguenti grafici può rappresentare la popolazione  $N$  in funzione del tempo  $t$ ?

Per rispondere clicca su una delle alternative.



## *Proviamo a riflettere insieme*



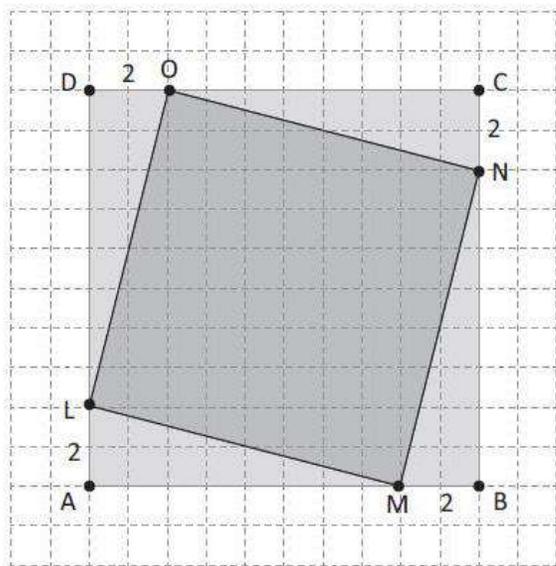
- Qual è il contenuto matematico coinvolto?
- Qual è lo scopo del quesito?
- Quali errori individuano i distrattori, se ci sono, del quesito?
- Quali strategie risolutive possono essere messe in atto per rispondere al quesito?
- Che tipo di domanda potrebbe essere (Manutenzione o Ricontestualizzazione) e perché ?

# ESEMPIO 1

## Spazio e figure

### Commento

In un quadrato ABCD di lato 10 cm è inscritto un quadrato LMNO. I segmenti DO, CN, BM e AL sono uguali fra loro e ciascuno di essi misura 2 cm.



$$DO = CN = BM = AL = 2 \text{ cm}$$

- a. Quanto misura l'area del quadrato LMNO?

Risposta: .....68..... cm<sup>2</sup>

L'item richiede un "saper vedere" in geometria che spesso è trascurato nella pratica didattica.

Lo studente deve calcolare l'area del quadrato interno in un caso particolare. Le strategie possono essere diverse:

- utilizzare il teorema di Pitagora per trovare la misura del lato del quadrato interno
- procedere per scomposizione: l'area del quadrato ABCD a cui sottrarre l'area dei quattro triangoli.

### DIMENSIONE: RISOLVERE PROBLEMI

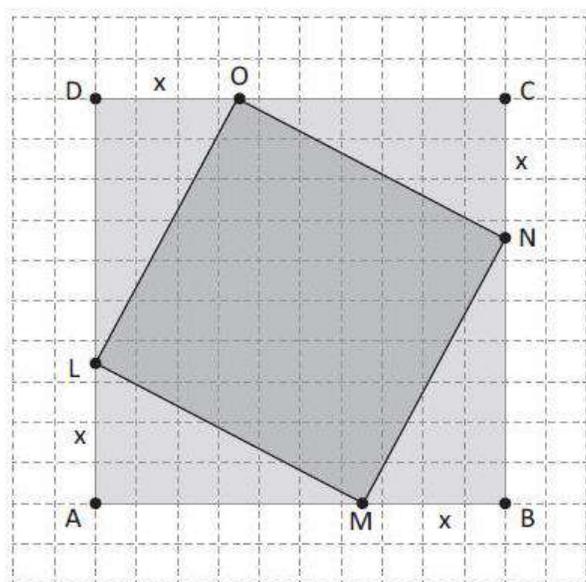
R. corrette: 24,2% R. errate: 67%

È una domanda difficile (1,6). La discriminatività è buona (0,42) e anche l'aderenza al modello teorico (W=0,95)

# ESEMPIO 1

## Spazio e figure

Immagina ora che i punti L, M, N e O si muovano lungo i lati del quadrato ABCD in modo tale che  $DO = CN = BM = AL = x$ . Al variare di  $x$  varia anche l'area del quadrato LMNO.



$$DO = CN = BM = AL = x$$

b. Per quale tra questi valori di  $x$  l'area del quadrato LMNO diventa minima?

- A.  1 cm  
 B.  3 cm  
 C.  5 cm  
 D.  8 cm

### Commento

L'item è una generalizzazione precedente, in questo caso il valore  $DO$  è una variabile e implica la capacità di “muovere” mentalmente punto  $O$  lungo il lato  $OC$  e di come varia il quadrato interno al variare di  $DO$ .

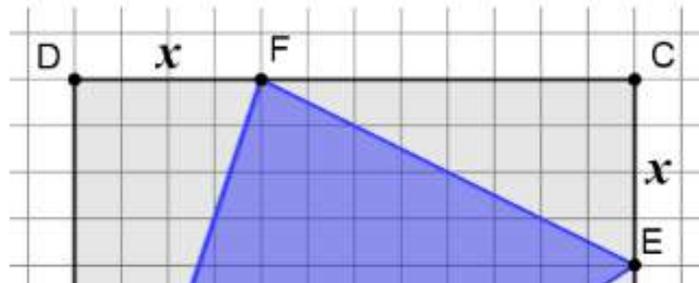
**DIMENSIONE: RISOLVERE PROBLEMI**

A 14,5% B 31,8% C 32,2% D 16,5%

Difficoltà: 1 Discriminatività 0,3  $W = 1,04$

## Domanda

In un quadrato ABCD di lato 12 cm è inscritto un triangolo AEF.



## Domanda 1/2

$$DF = CE = x.$$

Se  $x = 4$  cm, qual è l'area del triangolo AEF?

Fai riferimento alla figura a sinistra e digita la risposta alla domanda.

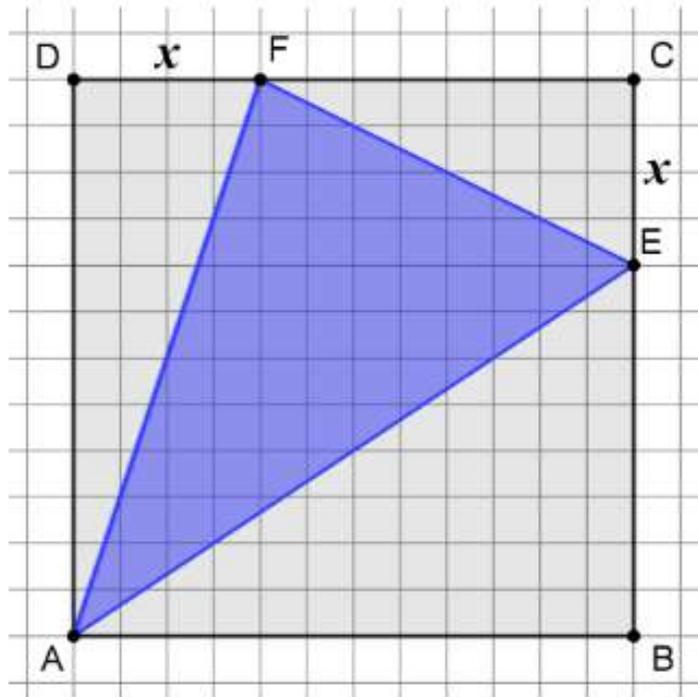
Risposta:  cm<sup>2</sup>

- Qual è il contenuto matematico coinvolto?
- Qual è lo scopo del quesito?
- Quali errori individuano i distrattori, se ci sono, del quesito?
- Quali strategie risolutive possono essere messe in atto per rispondere al quesito?
- Che tipo di domanda potrebbe essere (Manutenzione o Ricontestualizzazione) e perché ?

*Spazio e figure*

Domanda

In un quadrato ABCD di lato 12 cm è inscritto un triangolo AEF.



Domanda 1/2

$$DF = CE = x.$$

Se  $x = 4$  cm, qual è l'area del triangolo AEF?

Fai riferimento alla figura a sinistra e digita la risposta alla domanda.

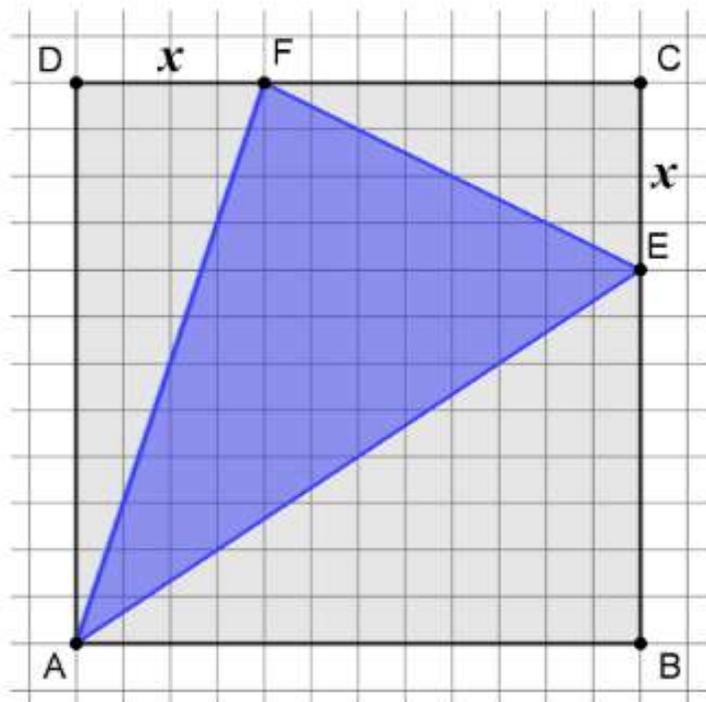
Risposta:  cm<sup>2</sup>**Scopo della domanda**

Calcolare l'area di un triangolo per scomposizione

## Spazio e figure

Domanda

In un quadrato ABCD di lato 12 cm è inscritto un triangolo AEF.



Domanda 2/2

Immagina ora che i punti F e E si muovano lungo i lati del quadrato ABCD.

L'area del triangolo AEF, al variare di  $x$  tra 0 e 12, è descritta dall'espressione

$$A = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 72.$$

Fai riferimento alla figura a sinistra e indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

Per rispondere clicca su una alternativa in ogni riga.

- |  | V                                | F                                |
|--|----------------------------------|----------------------------------|
| 1. Se $x = 0$ , l'area del triangolo AEF è uguale alla metà dell'area del quadrato   | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| 2. L'area del triangolo AEF per $x = 4$ è minore dell'area del triangolo per $x = 8$ | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> |
| 3. Se $x = 6$ , l'area del triangolo AEF è minima                                    | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            |

## Scopo della domanda

Valutare la variazione dell'area di un triangolo seguendo diversi possibili approcci.

*Relazioni e funzioni*

Domanda

Considera la funzione definita da:

$$y = -2x + 1$$

Domanda 1/3

Quale valore di  $y$  si ottiene per  $x = 0$ ?

Digita la risposta alla domanda.

Risposta: 

Livello 2

Nel primo item è richiesto di calcolare il valore della variabile dipendente conoscendo il corrispondente valore della variabile indipendente. Si tratta di una sostituzione diretta nella formula data che richiede un calcolo elementare.

Domanda

Considera la funzione definita da:

$$y = -2x + 1$$

Domanda 2/3

Quale valore di  $x$  si ottiene per  $y = 0$ ?

Digita la risposta alla domanda.

Risposta: 

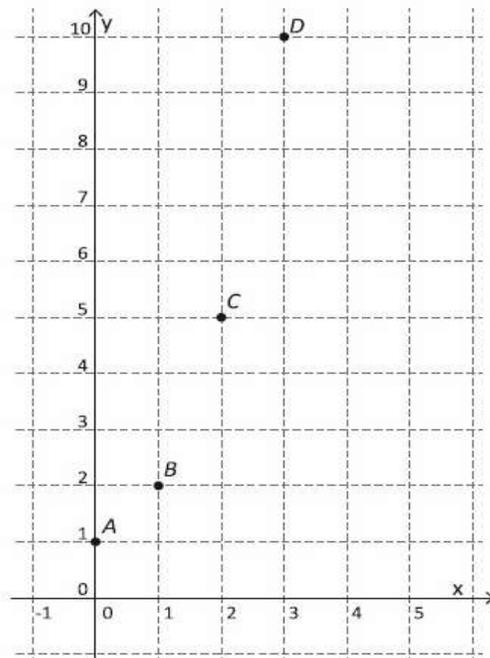
Livello 4

Nel secondo item si richiede di risolvere un'equazione di primo grado, effettuando il procedimento inverso rispetto all'item precedente: si tratta, infatti, di calcolare il valore della variabile indipendente conoscendo il corrispondente valore della variabile dipendente.

# ESEMPIO 2

## Relazioni e funzioni

Sul seguente piano cartesiano sono rappresentati i punti  $A(0; 1)$ ,  $B(1; 2)$ ,  $C(2; 5)$ ,  $D(3; 10)$ .



Il grafico della funzione  $f$  passa per i punti  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ . Quale tra le formule seguenti individua la funzione  $f$ ?

- A.   $f(x) = x^3 + 1$
- B.   $f(x) = 2^x$
- C.   $f(x) = -x^2 + 1$
- D.   $f(x) = x^2 + 1$

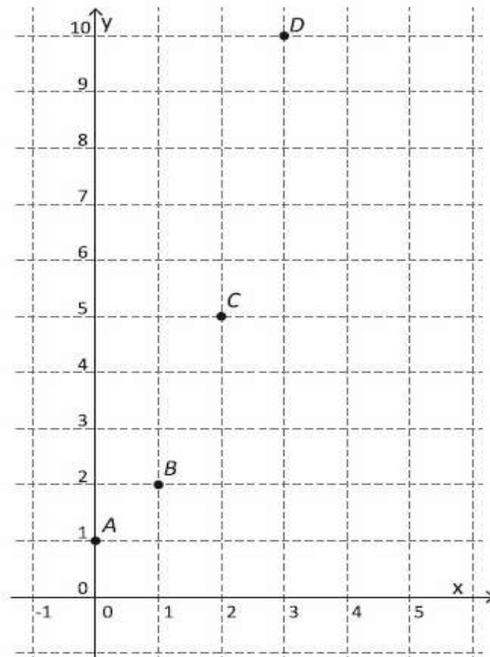
### DIMENSIONE: CONOSCERE

Per rispondere correttamente gli studenti possono applicare la condizione di appartenenza di un punto del piano a curva, interpretando le coordinate  $(a, b)$  punto come soluzione di un'equazione in variabili.

# ESEMPIO 2

## Relazioni e funzioni

Sul seguente piano cartesiano sono rappresentati i punti  $A(0; 1)$ ,  $B(1; 2)$ ,  $C(2; 5)$ ,  $D(3; 10)$ .

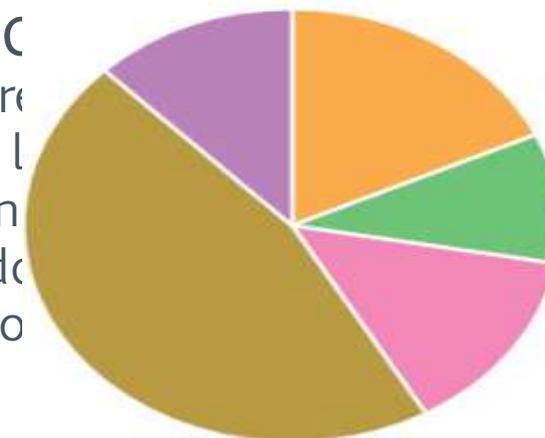


Il grafico della funzione  $f$  passa per i punti  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ . Quale tra le seguenti individua la funzione  $f$ ?

- A.   $f(x) = x^3 + 1$   
 B.   $f(x) = 2^x$   
 C.   $f(x) = -x^2 + 1$   
 D.   $f(x) = x^2 + 1$

**DIMENSIONE: CONC**  
 Per rispondere correttamente possono applicare l'appartenenza di un punto a una curva, interpretando il punto come soluzione di un sistema di due equazioni in due variabili.

Domande a risposta multipla



Risposta A	18.1%
Risposta B	9.7%
Risposta C	13.9%
Risposta D	46%
Mancate e non valide	12.3%

### Indicazioni

- Obiettivi LG-IN** - Equazioni e disequazioni di primo e secondo grado. Sistemi di equazioni e di disequazioni. Risolvere equazioni e disequazioni di primo e secondo grado; risolvere sistemi di equazioni e disequazioni. Soluzioni delle equazioni di primo grado in una incognita, delle disequazioni associate e dei sistemi di equazioni lineari in due incognite, e ... tecniche necessarie alla loro risoluzione grafica e algebrica. Descrivere un problema con un'equazione, una disequazione o un sistema di equazioni o disequazioni.

Domanda

Nell'equazione

$$y = mx + q$$

$m$  si chiama coefficiente angolare della retta.

Osserva la seguente figura e indica quale retta ha coefficiente angolare minore.

Per rispondere clicca su una delle alternative.

Se ti accorgi di aver sbagliato, devi prima deselezionare la risposta scelta e poi cliccare sull'alternativa che ritieni corretta.



- Qual è il contenuto matematico coinvolto?
- Qual è lo scopo del quesito?
- Quali errori individuano i distrattori, se ci sono, del quesito?
- Quali strategie risolutive possono essere messe in atto per rispondere al quesito?
- Che tipo di domanda potrebbe essere (Manutenzione o Ricontestualizzazione) e perché ?

## Relazioni e funzioni

Domanda

Nell'equazione

$$y = mx + q$$

$m$  si chiama coefficiente angolare della retta.

### Scopo della domanda

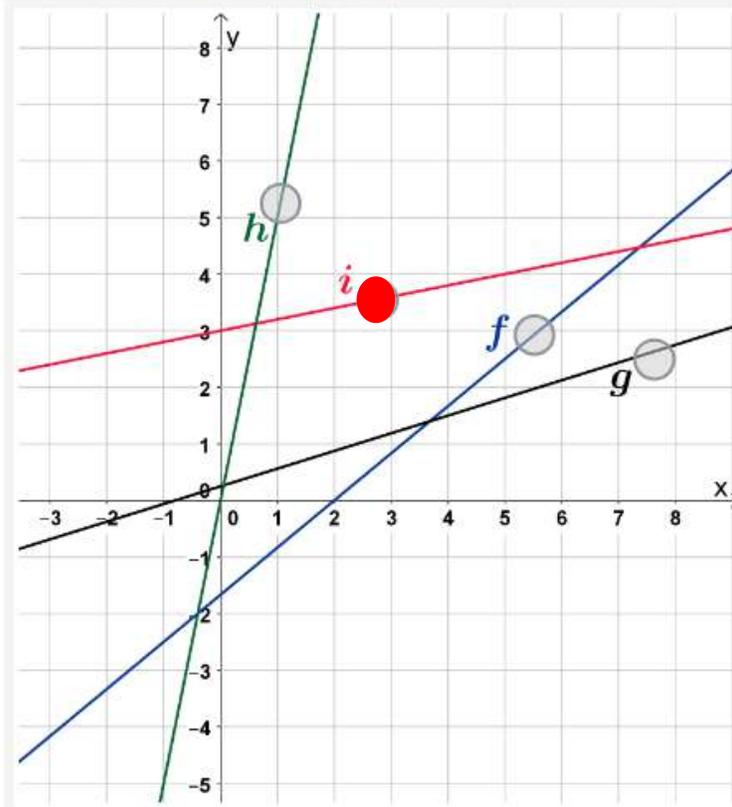
Confrontare i valori dei coefficienti angolari di alcune rette a partire dalla loro rappresentazione cartesiana

I coefficienti  $m$  e  $q$  non sono numerici e occorre individuare a partire dal grafico la retta che ha pendenza minore (ad esempio stimando il rapporto  $\Delta y / \Delta x$ )

Osserva la seguente figura e indica quale retta ha coefficiente angolare minore.

Per rispondere clicca su una delle alternative.

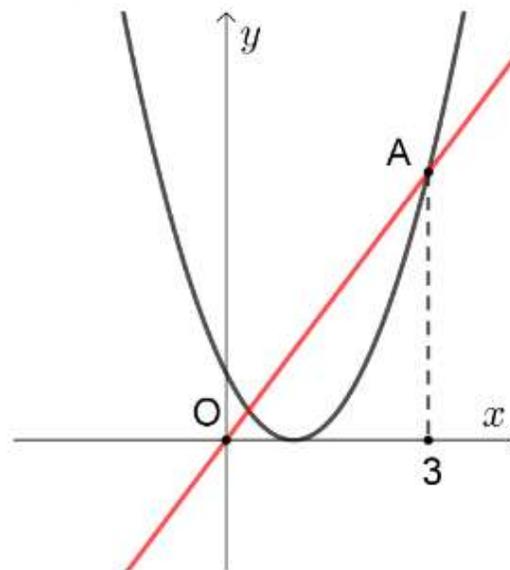
Se ti accorgi di aver sbagliato, devi prima deselezionare la risposta scelta e poi cliccare sull'alternativa che ritieni corretta.



## Relazioni e funzioni

Domanda

La retta di equazione  $y = mx$  interseca la parabola di equazione  $y = x^2 - 2x + 1$  nel punto A di ascissa 3.



**Scopo della domanda**

Determinare la pendenza di una retta riconoscendo che passa per un punto comune ad una parabola.

Qual è il valore del coefficiente angolare (o pendenza)  $m$  della retta?

Digita la risposta alla domanda.

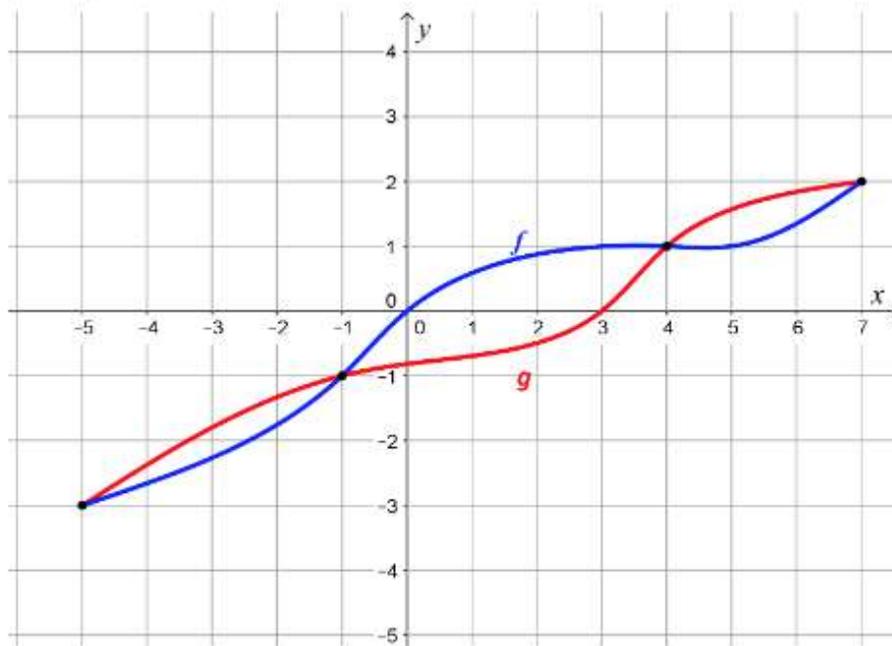
Risposta:  $m =$

Per rispondere correttamente a questa domanda occorre sapere che un punto appartiene ad una curva se le sue coordinate soddisfano la sua equazione.

## Relazioni e funzioni

### Domanda

Osserva i grafici delle funzioni  $f$  e  $g$  di variabile reale definite nell'intervallo  $[-5; 7]$ .



Fai riferimento al grafico a sinistra e clicca su una delle alternative.

L'insieme delle soluzioni della disequazione  $f(x) < g(x)$  è

- A   $-5 < x < -1 \vee 4 < x < 7$
- B   $-3 < x < -1 \vee 1 < x < 2$
- C   $-1 < x < 4$
- D   $-1 < x < 1$

### Scopo della domanda

Risolvere graficamente una disequazione

Il focus non è sulle tecniche risolutive di una disequazione ma sul confronto tra i valori assunti da due funzioni nello stesso dominio.

# Presentazione di esempi di domande di differenziazione

- **LS**: Liceo Scientifico (con opzione scienze applicate e liceo sportivo)
- **T**: Istituti Tecnici (Tecnologici ed Economici)

# Esempio LS

Domanda

La scala Richter misura l'intensità  $I$  di un terremoto confrontandola con l'intensità  $I_0$  di un terremoto di riferimento. Secondo la scala Richter un terremoto di intensità  $I$  ha una *magnitudo*  $R$  data da  $R = \log_{10} \left( \frac{I}{I_0} \right)$ .

Domanda 1/2

Il 24 giugno 1958 a L'Aquila si registrò un terremoto di intensità uguale a  $100\,000 I_0$ .  
Quale fu la *magnitudo*  $R$  del terremoto?

*Digita la risposta alla domanda.*

Risposta:

Domanda

La scala Richter misura l'intensità  $I$  di un terremoto confrontandola con l'intensità  $I_0$  di un terremoto di riferimento. Secondo la scala Richter un terremoto di intensità  $I$  ha una *magnitudo*  $R$  data da  $R = \log_{10} \left( \frac{I}{I_0} \right)$ .

- **Ambito: Relazioni e Funzioni**
- **Modello logaritmico in un contesto reale:**
  - **item 1/2: calcolo diretto**
  - **item 2/2: calcolo inverso**

Domanda 2/2

Il terremoto de L'Aquila del 6 aprile 2009 ha fatto registrare una *magnitudo*  $R$  uguale a 6,3. Qual è stato il valore del rapporto  $\frac{I}{I_0}$ ?

*Digita la risposta alla domanda.*

Risposta:

$\sqrt{\quad}$	$x/y$	$x^n$	log	ln	e	$\infty$	[	]
$\pi$	sin	cos	$\leq$	$\geq$	$\times$	$\div$	$\pm$	

$$\frac{I}{I_0} = \text{10}^{6,3}$$

# Esempio LS

## Ambito: Relazioni e funzioni

### Domanda

Si dice zero di una funzione  $f$  ogni valore di  $x$  per cui  $f(x) = 0$ .

La funzione  $f(x) = (x - 3)(x - 5)$  ha come zeri 3 e 5.

Considera ora la funzione  $g(x) = 2^{f(x)}$ .

Cos' è possibile affermare riguardo agli zeri della funzione  $g$ ?

*Per rispondere clicca su una delle seguenti alternative.*

- A  La funzione  $g$  ha come zeri 8 e 32
- B  La funzione  $g$  non ha zeri reali
- C  La funzione  $g$  ha come zeri 3 e 5
- D  La funzione  $g$  ha due zeri coincidenti con 1

- Si lavora
  - sia sugli zeri di una funzione (dopo averne richiamato il significato)
  - sia sul concetto di funzione composta
- con particolare riferimento alla funzione esponenziale
- Accento sull'aspetto formale

# Esempio LS

## Domanda

Considera la funzione  $y = \log_2(x)$  definita nell'insieme dei numeri reali positivi.

*Per rispondere clicca su una delle alternative.*

Sia  $c$  la soluzione dell'equazione  $\log_2(x) = -x$ . Allora

- A   $-2 < c < -1$
- B   $-1 < c < 0$
- $0 < c < 1$
- D   $1 < c < 2$

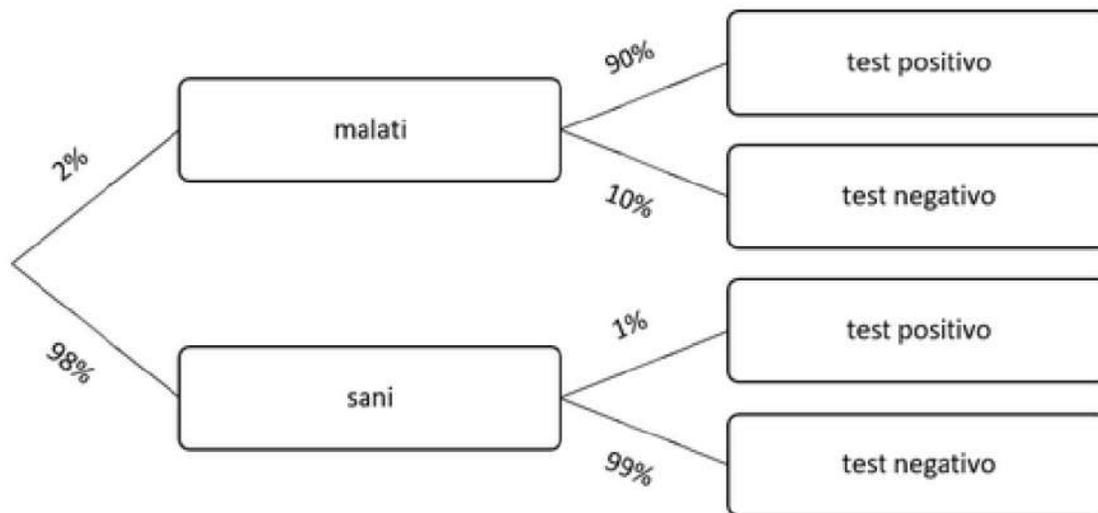
- Ambito: Relazioni e funzioni
- Equazione trascendente «mista»
- Individuare l'intervallo in cui si trova la soluzione  $c$
- Approccio grafico a partire da funzioni elementari

# Esempio LS

I test clinici sono soggetti a errore: a volte non rilevano una malattia in persone malate e a volte la rilevano in persone sane.

Una malattia colpisce il 2% delle persone di una popolazione. Un test clinico risulta positivo, cioè rileva la malattia, nel 90% delle persone malate e nell'1% delle persone sane. La situazione è descritta dal diagramma ad albero seguente.

- Ambito: Dati e previsioni
- Lettura e utilizzo di un diagramma ad albero
- Calcolo di una probabilità condizionata



Un individuo della popolazione si è sottoposto al test che è risultato positivo. Qual è la probabilità che l'individuo sia malato? Approssima il risultato in forma percentuale inserendo una cifra in ogni casella.

*Digita ciascun valore nella casella corretta.*

Risultato:   ,   %

# Esempio LS

- Ambito: Spazio e Figure
- Geometria nello dello spazio
- Capacità di visualizzare posizione reciproca di rette e piani nello spazio

## Domanda

Nello spazio sono dati due piani,  $\alpha$  e  $\beta$ , che si intersecano in una retta  $r$ .

Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

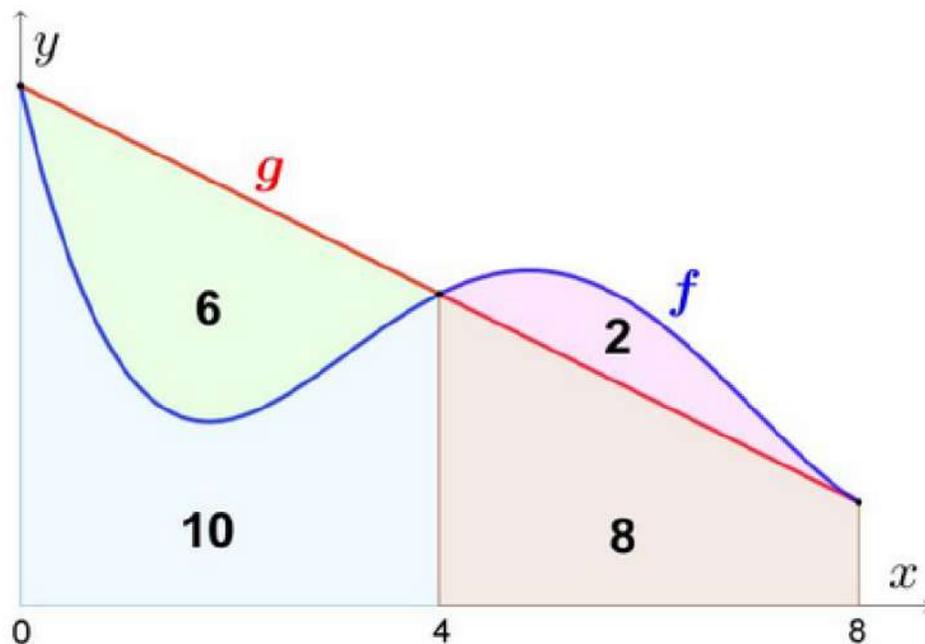
Per rispondere clicca su una alternativa in ogni riga.

	V	F
1. Una retta $s$ che non interseca la retta $r$ necessariamente interseca almeno uno dei due piani	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
2. Considera sul piano $\alpha$ il punto $A$ non appartenente alla retta $r$ . Una retta $s$ , che passa per $A$ e interseca $r$ , giace sul piano $\alpha$	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
3. Un piano $\pi$ che non interseca la retta $r$ interseca almeno uno dei due piani $\alpha$ e $\beta$	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>

# Esempio T

## Domanda

Considera i grafici delle funzioni  $f$  e  $g$ . In figura sono rappresentate quattro superfici ciascuna delle quali è evidenziata con un colore. Inoltre, per ciascuna superficie, è indicata la sua area.



## Domanda 1/2

Che valore ha l'integrale definito  $\int_4^8 f(x) dx$ ?

Fai riferimento alla figura a sinistra e digita la risposta alla domanda.

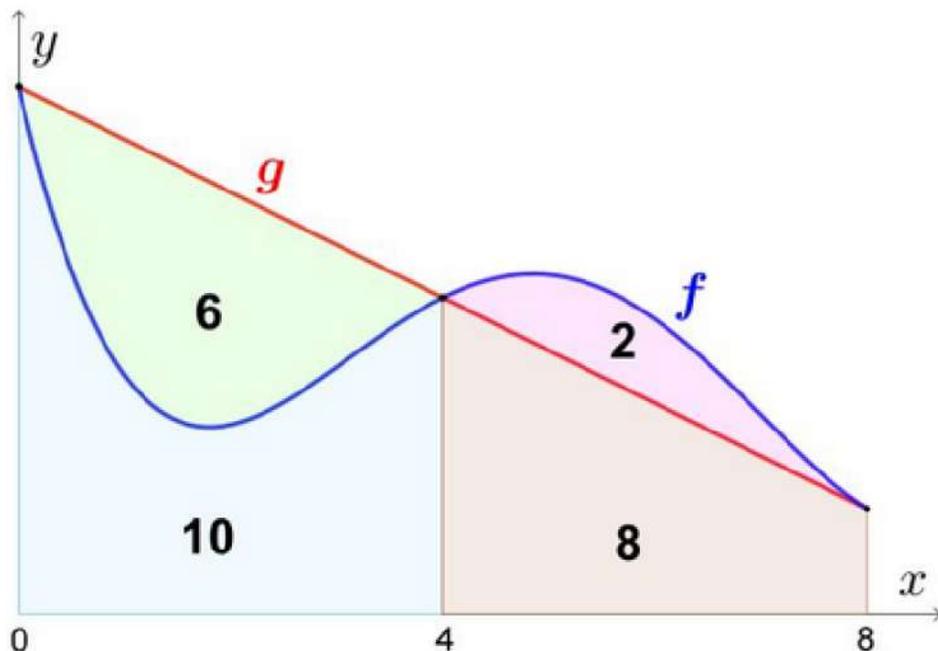
Risposta:

- Ambito: Relazioni e funzioni (analisi)
- Domanda incentrata sul significato di integrale come area con segno
- Nessuna tecnica di calcolo richiesta

# Esempio T

Domanda

Considera i grafici delle funzioni  $f$  e  $g$ . In figura sono rappresentate quattro superfici ciascuna delle quali è evidenziata con un colore. Inoltre, per ciascuna superficie, è indicata la sua area.



Domanda 2/2

Che valore ha l'integrale definito  $\int_0^4 (g(x) - f(x)) dx$ ?

Fai riferimento alla figura a sinistra e digita la risposta alla domanda.

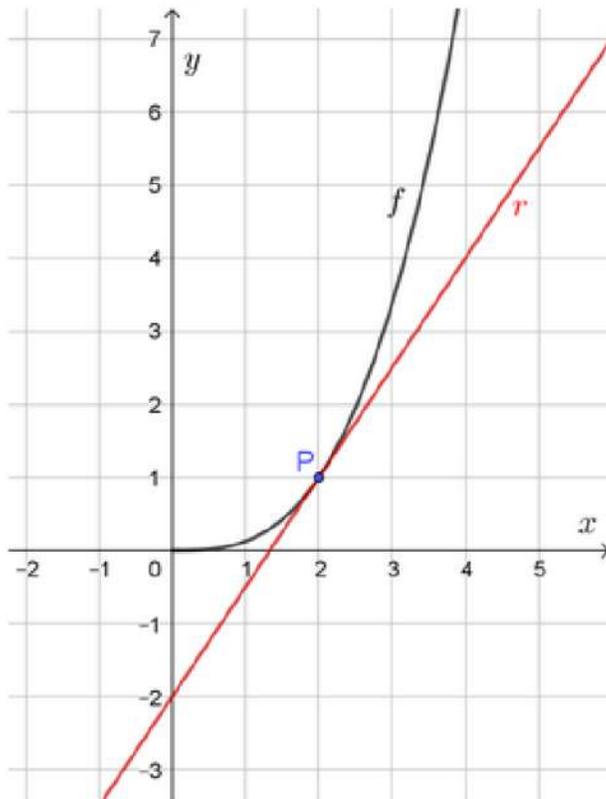
- A  4
- B  6
- C  10
- D  16

- Ambito: Relazioni e funzioni (analisi)
- Domanda incentrata sul significato di integrale come area con segno
- Nessuna tecnica di calcolo richiesta

# Esempio LS/T

Domanda

La retta  $r$  di equazione  $y = \frac{3}{2}x - 2$  è tangente nel punto P di ascissa 2 al grafico della funzione  $f$  rappresentato in figura.



Domanda 2/2

Quanto vale la derivata prima di  $f$  in  $x = 2$ , cioè  $f'(2)$ ?

*Digita la risposta alla domanda.*

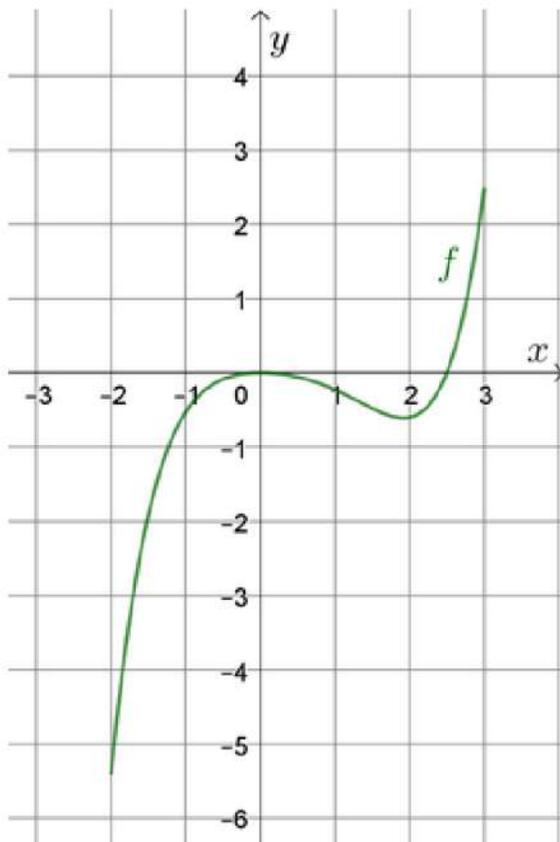
Risposta:  $f'(2) = \boxed{3/2}$

- **Ambito: Relazioni e funzioni (analisi)**
- **Domanda incentrata sul significato di derivata come pendenza della retta tangente al grafico**
- **Nessuna tecnica di calcolo richiesta**

# Esempio LS/T

Domanda

La funzione  $f$  è definita e continua nell'intervallo limitato e chiuso  $[-2; 3]$  e il suo grafico è rappresentato in figura.



Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni, relativa alla funzione  $f$ , è vera (V) o falsa (F).

Fai riferimento al grafico e clicca su una alternativa in ogni riga.

	V	F
1. $f(1) > f(2)$	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
2. La funzione $f$ ha un massimo assoluto in $x = 0$	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
3. La derivata prima della funzione $f$ è negativa per $-2 < x < 2$	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
4. La funzione $f$ ha un minimo assoluto nell'intervallo $[-2; 3]$	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>

- Ambito: Relazioni e funzioni (analisi)
- Domanda incentrata sull'individuazione di alcune proprietà di una funzione attraverso la lettura del o la conoscenza dei teoremi sulle funzioni continue
- Nessuna tecnica di calcolo richiesta

# Materiali sul sito

[https://invalsi-areaprove.cineca.it/index.php?get=static&pag=esemi\\_prove\\_grado\\_13](https://invalsi-areaprove.cineca.it/index.php?get=static&pag=esemi_prove_grado_13)

- 9 ESEMPI (tre per ogni tipologia)
- ESEMPIO su piattaforma
- Griglia di correzione
- Documento per docenti in pdf con classificazione delle domande

Matematica - Esempi di domande per il Liceo Scientifico (opzione Scienze applicate e Liceo sportivo)

- **ESEMPIO 1**
- **Griglia di correzione Esempio 1 – Liceo Scientifico**
- **Esempio 1 – Liceo Scientifico - Documento informativo per i docenti**
- **ESEMPIO 2**
- **Griglia di correzione Esempio 2 – Liceo Scientifico**
- **Esempio 2 – Liceo Scientifico - Documento informativo per i docenti**
- **ESEMPIO 3**
- **Griglia di correzione Esempio 3 – Liceo Scientifico**
- **Esempio 3 – Liceo Scientifico - Documento informativo per i docenti**

Matematica - Esempi di domande per i Licei non Scientifici e per gli Istituti Professionali

- **ESEMPIO 1**
- **Griglia di correzione Esempio 1 – Licei Non Scientifici e Istituti Professionali**
- **Esempio 1 – Licei Non Scientifici e Istituti Professionali - Documento informativo per i docenti**
- **ESEMPIO 2**
- **Griglia di correzione Esempio 2 – Licei Non Scientifici e Istituti Professionali**
- **Esempio 2 – Licei Non Scientifici e Istituti Professionali - Documento informativo per i docenti**
- **ESEMPIO 3**
- **Griglia di correzione Esempio 3 – Licei Non Scientifici e Istituti Professionali**
- **Esempio 3 – Licei Non Scientifici e Istituti Professionali - Documento informativo per i docenti**

Matematica - Esempi di domande per gli Istituti Tecnici (Economici e Tecnologici)

- **ESEMPIO 1**
- **Griglia di correzione Esempio 1 – Istituti Tecnici**
- **Esempio 1 – Istituti Tecnici - Documento informativo per i docenti**
- **ESEMPIO 2**
- **Griglia di correzione Esempio 2 – Istituti Tecnici**
- **Esempio 2 – Istituti Tecnici - Documento informativo per i docenti**
- **ESEMPIO 3**
- **Griglia di correzione Esempio 3 – Istituti Tecnici**

1	Numeri	Conoscere	Ricontestualizzazione	B
2	Spazio e figure	Conoscere	Manutenzione	$(10+x)^2 - 100$ o espressioni equivalenti
3	Relazioni e funzioni	Conoscere	Tecnici	$V - V - F - V$
4	Relazioni e funzioni	Risolvere problemi	Ricontestualizzazione	85
5	Relazioni e funzioni	Conoscere	Ricontestualizzazione	A
6	Dati e previsioni	Risolvere problemi	Manutenzione	10
7	Dati e previsioni	Risolvere problemi	Manutenzione	5

## *Approfondimenti : i livelli*

## COSTRUZIONE DEI LIVELLI

Le diapositive fanno esplicitamente riferimento ai dati del grado 8 ma si è proceduto nello stesso modo nel grado 10 e si procederà così anche nel grado 13



- 29.032 classi
- 574.506 alunni

### INVALSI 2018

#### III secondaria di primo grado

- ✓ Rilevazione CBT;
- ✓ Basata su banche di item;
- ✓ Gli studenti rispondono a forme diverse del test, assemblate secondo regole che ne garantiscono l'equivalenza;
- ✓ Il risultato della rilevazione è sia un punteggio sia la descrizione, in termini probabilistici, del grado di abilità e conoscenze possedute dagli allievi.

## Tipologie di livelli

1. Livelli individuati e descritti *sulla base della distribuzione degli studenti e delle domande:*

- Italiano
- Matematica

2. Livelli individuati e descritti sulla base del

**QCER:**

- Inglese

$\pi$

Soggetti con  
livello di  
abilità più  
basso



Soggetti con  
livello di  
abilità più  
alto



Item più  
facili

Item 2

Item 6

Item 36

Item 44

Item 47

Item più  
difficili

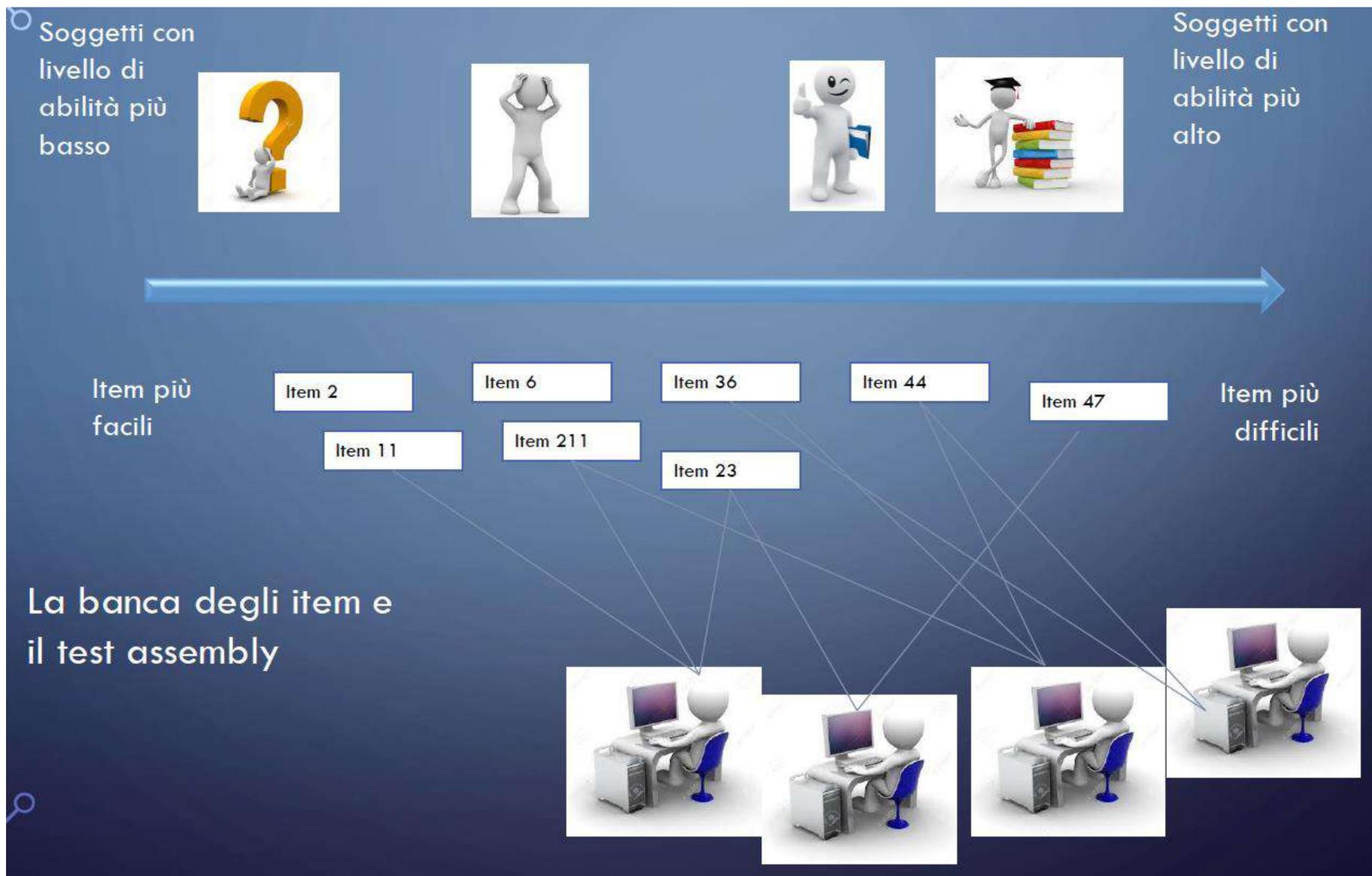
Item 11

Item 211

Item 23



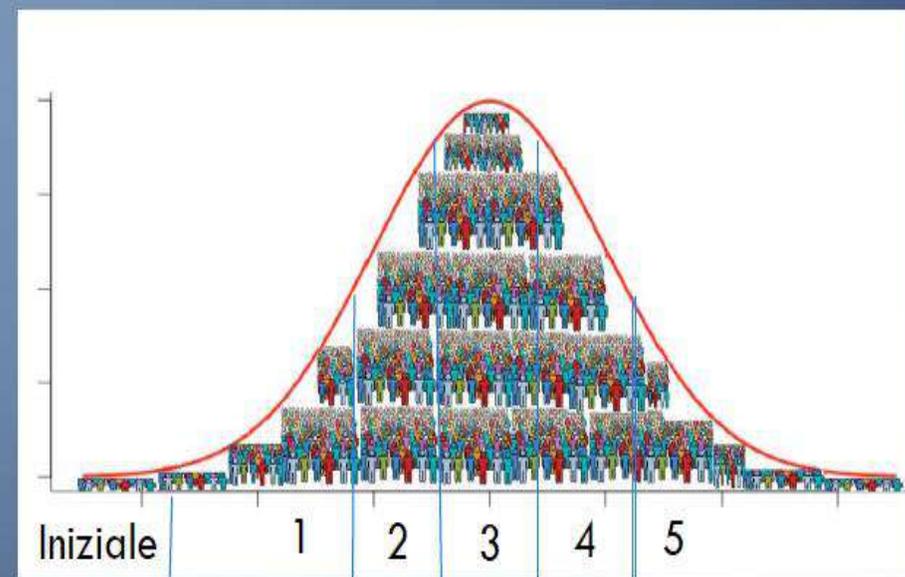
# La costruzione della scala



# I livelli di Italiano e Matematica

I livelli per l'Italiano e la Matematica:

- Sei livelli, con soglie individuate sulla base della distribuzione della stima dell'abilità degli studenti del campione INVALSI 2018;
- Nella definizione delle soglie si è tenuto conto di alcune proprietà desiderabili per i livelli, in linea con le procedure di standard setting delle indagini internazionali



→  
Livelli di abilità più bassi      Livelli di abilità più alti

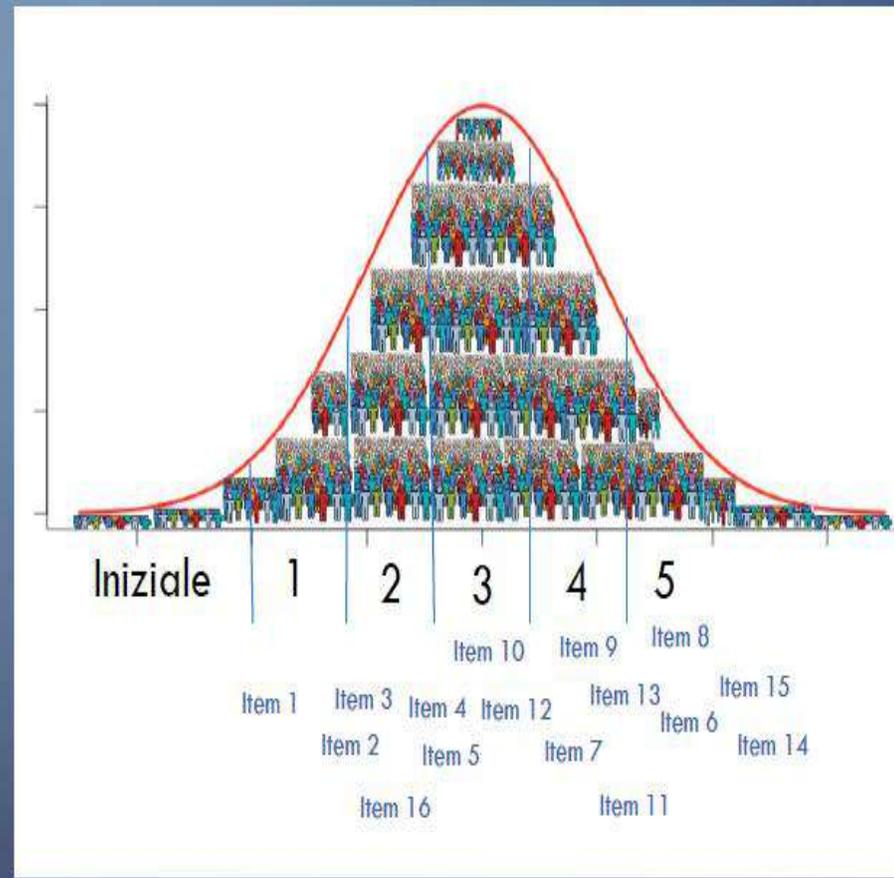
## I livelli di Italiano e Matematica (2)

$\pi$



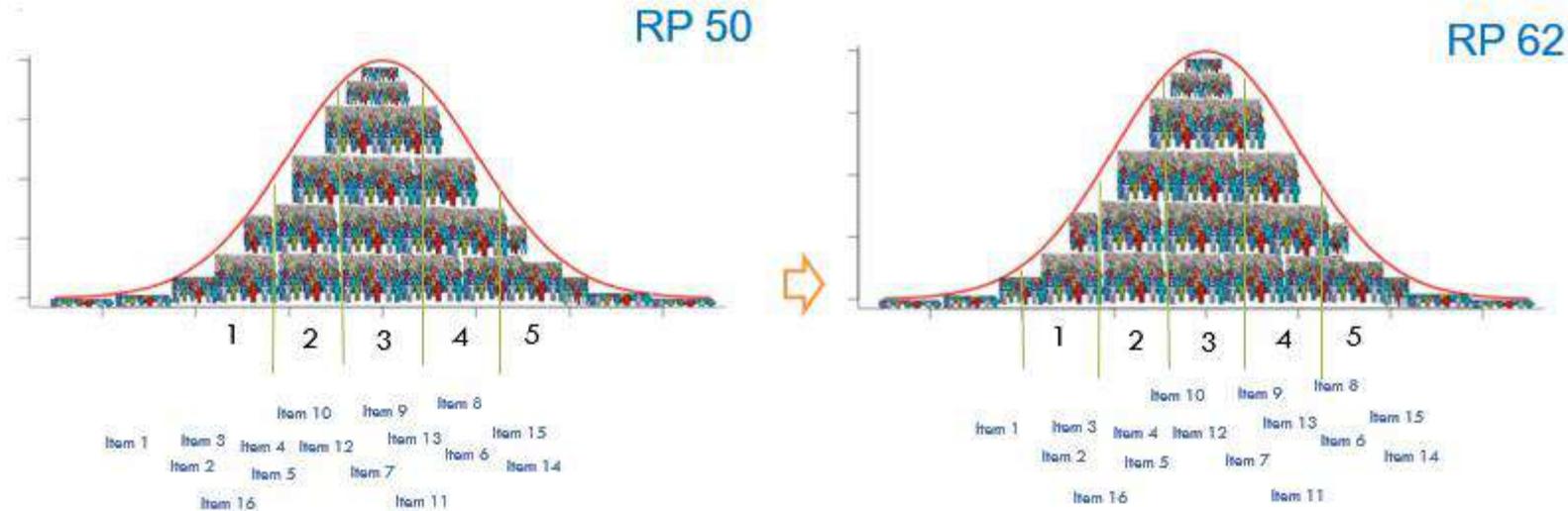
## I livelli di Italiano e Matematica (3)

- ✓ Tutti gli item della banca sono ordinati per difficoltà crescente;
- ✓ La descrizione dei livelli è stata basata sui «descrittori» degli item padroneggiati dagli studenti (per ciascun item, a partire dall'item «soglia» fino all'item soglia del livello successivo)

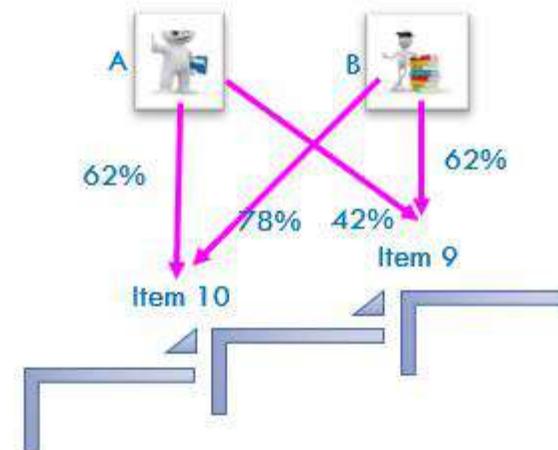


# I livelli di Italiano e Matematica (3)

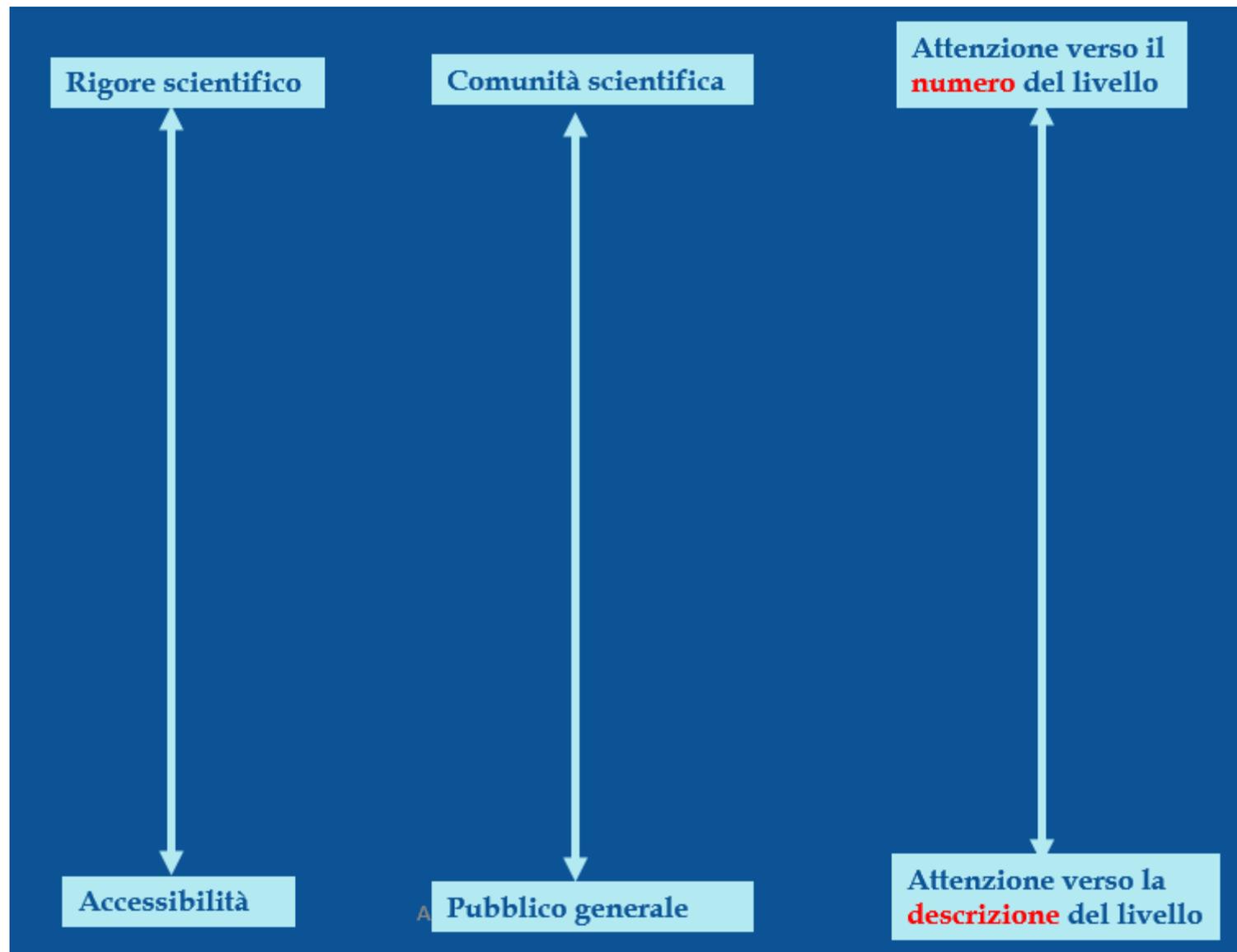
$\pi$



- Calibrazione dei parametri degli item ( $n=217$ ) e stima dell'abilità dei rispondenti sulla base dei dati raccolti nelle classi-campione della rilevazione nazionale INVALSI 2018 ( $n$  studenti = 29.359);
- Individuazione punteggi soglia;
- Assegnazione item ai livelli (RP62)



# La formulazione dei livelli



# La descrizione *tecnica* dei livelli

## Descrizione dei livelli

### Fase 1 (prima della rilevazione principale INVALSI 2018)

- ✓ Sono stati formulati, da parte di esperti della disciplina oggetto di rilevazione e del Quadro di Riferimento INVALSI, i descrittori di tutti item della banca;
- ✓ È stato indicato per ogni item un livello «teorico» di difficoltà;

### Fase 2 (dopo l'individuazione delle soglie e l'attribuzione degli item ai livelli, sulla base dei dati INVALSI 2018).

- ✓ sono stati descritti i livelli analitici e sintetici a partire dagli elementi caratterizzanti e comuni dei descrittori degli item dello stesso livello, con particolare attenzione agli elementi distintivi rispetto agli item dei livelli precedenti.

# SITO INVALSI

## Grado 8: Certificazione delle competenze

Anno scolastico 2017-2018

### Italiano

- [30.05.2018] [Descrittori dei livelli INVALSI per la certificazione di competenza – ITALIANO](#)
- [30.05.2018] [Descrittori analitici dei livelli INVALSI – ITALIANO](#)
- [15.06.2018] [Esempi di domande per ciascun livello di competenza – ITALIANO](#)
- [15.06.2018] [Riflessione sulla lingua - Nota esplicativa relativa alla descrizione dei livelli INVALSI](#)

### Matematica

- [30.05.2018] [Descrittori dei livelli INVALSI per la certificazione di competenza – MATEMATICA](#)
- [30.05.2018] [Descrittori analitici dei livelli INVALSI – MATEMATICA](#)
- [15.06.2018] [Esempi di domande per ciascun livello di competenza – MATEMATICA](#)

### Inglese

- [30.05.2018] [Descrittori dei livelli INVALSI per la certificazione di competenza – INGLESE](#)
- [30.05.2018] [Descrittori analitici dei livelli INVALSI – INGLESE](#)
- [27.07.2018] [Esempi di domande per livelli di competenza – INGLESE](#)

# LIVELLI DI APPRENDIMENTO:

$\pi$

Descrizione Sintetica	Descrizione Analitica
<b>LIVELLO 1</b>	
<p>L'allievo/a utilizza conoscenze elementari e semplici abilità di base, prevalentemente acquisite nella scuola primaria. Risponde a domande formulate in maniera semplice, relative a situazioni scolastiche abituali per la scuola secondaria di primo grado o a contesti che richiamano l'esperienza comune, direttamente ed esplicitamente collegate alle informazioni contenute nel testo.</p>	<p><b>NUMERI</b> L'allievo/a conosce il sistema dei numeri naturali e opera in esso. Conosce la scrittura dei numeri decimali, esegue calcoli e opera confronti fra semplici numeri decimali.</p> <p><b>SPAZIO E FIGURE</b> L'allievo/a riconosce o visualizza una figura a partire da una sua rappresentazione nel piano e ne individua proprietà o caratteristiche facilmente identificabili. Per esempio, è in grado di associare ad una figura la sua corrispondente in una trasformazione come la rotazione.</p> <p><b>DATI E PREVISIONI</b> L'allievo/a rappresenta e interpreta dati in contesti abituali, associando oggetti o caratteristiche, per esempio collega due diverse rappresentazioni, numerica e grafica, di una stessa distribuzione percentuale.</p>

# LIVELLI DI APPRENDIMENTO:

$\pi$

Descrizione Sintetica	Descrizione Analitica
<b>LIVELLO 2</b>	
<p>L'allievo/a conosce le nozioni fondamentali previste dalle Indicazioni nazionali di matematica per la scuola secondaria di primo grado ed esegue procedimenti di calcolo e procedure di base. Utilizza le rappresentazioni abituali degli oggetti matematici studiati (ad esempio i numeri decimali) e ricerca dati in grafici e tabelle di vario tipo per ricavarne informazioni. Risolve problemi semplici e di tipo conosciuto e risponde a domande in cui il collegamento tra la situazione proposta e la domanda è diretto e il risultato è immediatamente interpretabile e riconoscibile nel contesto.</p>	<p><b>NUMERI</b> L'allievo/a conosce semplici proprietà dei numeri decimali, per esempio è in grado di calcolare un risultato tenendo conto della priorità delle operazioni. Utilizza correttamente la calcolatrice per svolgere calcoli fra numeri decimali e risolve problemi diretti anche in contesti reali.</p>
	<p><b>SPAZIO E FIGURE</b> L'allievo/a si orienta nel piano e nello spazio individuando il punto di vista da cui si osserva un oggetto o determinando la posizione di un oggetto rispetto a un riferimento dato, in un contesto reale. Conosce le definizioni dei principali oggetti geometrici, per esempio quella di diametro di una circonferenza, e li sa identificare su una figura piana. In particolare conosce e distingue i concetti di area e perimetro di un poligono, per esempio individua poligoni equivalenti o isoperimetrici utilizzando strategie di conteggio.</p>
	<p><b>RELAZIONI E FUNZIONI</b> L'allievo/a identifica una formula o un grafico di funzione che modellizzano situazioni descritte nel testo della domanda, operando, tra diverse opzioni, una scelta che richiede una semplice analisi della formula o del grafico. Riconosce formule ed espressioni che esprimono relazioni e proprietà, per esempio di proporzionalità, esplicitate chiaramente nel testo.</p>
	<p><b>DATI E PREVISIONI</b> L'allievo/a rappresenta e interpreta dati ricavandoli da diagrammi a barre o cartesiani, anche in contesti non abituali. Riconosce e quantifica situazioni di incertezza in contesti abituali. Individua, fra diverse argomentazioni proposte, quella</p>

## **RELAZIONI E FUNZIONI**

L'allievo/a identifica una formula o un grafico di funzione che modellizzano situazioni descritte nel testo della domanda, operando, tra diverse opzioni, una scelta che richiede una semplice analisi della formula o del grafico. Riconosce formule ed espressioni che esprimono relazioni e proprietà, per esempio di proporzionalità, esplicitate chiaramente nel testo.

# LIVELLI DI APPRENDIMENTO:

## Macrodescrittore: formule ed espressioni algebriche

Tutte le domande fanno riferimento al Traguardo per lo sviluppo delle competenze al termine del Primo Ciclo di istruzione *“Utilizza e interpreta il linguaggio matematico (piano cartesiano, formule, equazioni, ...) e ne coglie il rapporto col linguaggio naturale”* e afferiscono alla dimensione *Conoscere* del Quadro di riferimento delle prove INVALSI di Matematica.

### LIVELLO 2

La domanda richiede di riconoscere tra diverse formule quella che modella la situazione descritta nel testo della domanda.

Nello specifico le opzioni di risposta riportano i dati facilmente identificabili nel testo. Tra le quattro opzioni due possono essere scartate perché non riportano entrambi i valori numerici necessari per modellizzare la situazione e quindi la scelta si può ridurre alle uniche due opzioni che mettono in relazione il compenso fisso e il costo orario.

## LIVELLI DI APPRENDIMENTO: MATEMATICA

### RELAZIONI E FUNZIONI

L'allievo/a identifica una formula o un grafico di funzione che modellizzano situazioni descritte nel testo della domanda, operando, tra diverse opzioni, una scelta che richiede una semplice analisi della formula o del grafico. Riconosce formule ed espressioni che esprimono relazioni e proprietà, per esempio di proporzionalità, esplicitate chiaramente nel testo.

#### Domanda

Per la manutenzione del sistema di riscaldamento di un condominio un tecnico richiede un compenso fisso di 60 euro, più 40 euro per ogni ora di lavoro.

#### Domanda 1/2

Quale delle seguenti formule consente di calcolare il costo complessivo  $S$  (in euro) al variare della durata  $t$  (in ore) del lavoro svolto?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

- A   $S = 40t$
- B   $S = 60t$
- C   $S = 40 + 60t$
- D   $S = 60 + 40t$

Risposta corretta: D

## LIVELLO 3

L'allievo/a utilizza le abilità di base acquisite nella scuola secondaria di primo grado e collega tra loro le conoscenze fondamentali. Risponde a domande che richiedono semplici ragionamenti a partire dalle informazioni e dai dati o che richiedono il controllo dei diversi passaggi risolutivi e del risultato. Risolve problemi in contesti abituali o che presentano alcuni elementi di novità, per esempio nella rappresentazione delle informazioni. Riconosce rappresentazioni diverse di uno stesso oggetto matematico (ad esempio numeri decimali e frazioni).

### **NUMERI**

L'allievo/a è in grado di collegare e integrare fra loro due o più conoscenze fondamentali relative a operazioni, ordinamenti tra numeri razionali e rappresentazioni di oggetti matematici. Per esempio, utilizza nel calcolo il passaggio dalla frazione alla sua rappresentazione decimale oppure si muove sulla retta dei numeri anche utilizzando frazioni dell'unità di misura. L'allievo/a risolve problemi in contesti reali. Per esempio, è in grado di ricavare dal testo i numeri da utilizzare e di interpretare nel contesto il risultato di una operazione.

### **SPAZIO E FIGURE**

L'allievo/a identifica elementi, proprietà, caratteristiche dei principali oggetti geometrici, anche in un contesto non abituale, con una interpretazione non elementare del testo o della figura. Per esempio, riconosce fra diverse alternative l'espressione matematica corretta del teorema di Pitagora in contesto reale. Effettua stime o confronti fra grandezze omogenee, applica procedure di misura, come i cambiamenti di scala, in contesti abituali, operando una scelta fra diverse alternative proposte. Risolve problemi in cui i dati sono forniti esplicitamente, nel testo o sulla figura, e che richiedono uno o due passi risolutivi.

## **RELAZIONI E FUNZIONI**

L'allievo/a identifica, attraverso un'analisi dettagliata delle informazioni presenti nella domanda, la formula o il grafico che modella la situazione descritta in un testo. Ricava le informazioni facilmente riconoscibili in un grafico e interpreta la situazione problematica da esso rappresentata. Calcola un risultato sostituendo un valore numerico in formule che esprimono relazioni o proprietà.

### **DATI E PREVISIONI**

L'allievo/a collega elementi e proprietà, convertendo rappresentazioni, allo scopo di calcolare o confrontare risultati. È in grado di risolvere problemi ricavando dati e informazioni, per esempio confrontando grafici rappresentati su uno stesso sistema di riferimento, e in contesti non abituali. Conosce definizioni e procedure per la stima di probabilità di un evento e per il calcolo della media aritmetica di un insieme di dati in contesti semplici. Riconosce argomentazioni corrette legate a rappresentazioni di dati in contesti anche non abituali.

## LIVELLI DI APPRENDIMENTO: MATEMATICA

$\pi$

### LIVELLO 3

La domanda richiede di riconoscere tra diverse formule quella che modella la situazione descritta nel testo della domanda.

Analogamente alla domanda di livello 2, due delle opzioni non presentano tutti i dati necessari per modellizzare la situazione ma, in questo caso, nella scelta tra le rimanenti opzioni, si deve distinguere quali operazioni tra variabili e numeri della formula descrivono la relazione tra il costo mensile e il numero di fotocopie.

#### Domanda

Per una ditta, il costo di ogni fotocopia è 1 centesimo di euro.

La ditta, inoltre, paga un canone mensile fisso di 50 euro per il noleggio della fotocopiatrice.

*Per rispondere clicca su una delle alternative.*

La formula che descrive il costo mensile  $C$  in euro in funzione del numero  $x$  di fotocopie è

- A   $C = 50 + 0,01x$
- B   $C = 0,01x$
- C   $C = 0,01 + x$
- D   $C = 50 \cdot (0,01x)$

**Risposta corretta: A**



## **RELAZIONI E FUNZIONI**

L'allievo/a trasforma formule per esplicitare una variabile di cui vuole calcolare un valore e modella la situazione descritta nella domanda completando alcune parti mancanti di una formula data. È in grado di leggere e interpretare grafici di funzioni individuando, per esempio, la velocità in un grafico posizione-tempo o il punto di equilibrio tra due funzioni. Riconosce l'argomentazione corretta interpretando un testo non elementare che descrive relazioni o proprietà tra grandezze.

### **DATI E PREVISIONI**

L'allievo/a risolve problemi interpretando e ricavando dati da rappresentazioni grafiche complesse, per esempio da diagrammi cartesiani, areogrammi e ideogrammi, con analisi dettagliate anche in contesti non abituali. Produce argomentazioni per giustificare affermazioni in seguito ad analisi dettagliate dei dati disponibili.

## **LIVELLO 4**

### **NUMERI**

L'allievo/a conosce, anche in casi non ordinari, i principali oggetti matematici (ad esempio una figura geometrica) incontrati nella scuola secondaria di primo grado e utilizza con efficacia le conoscenze apprese. Risponde a domande nelle quali le informazioni non sono esplicitamente collegate alle richieste, ma che richiedono una interpretazione della situazione proposta, anche in contesti non abituali. Riesce a costruire un modello con il quale operare, anche utilizzando a livello semplice il linguaggio simbolico proprio della matematica. Utilizza diverse rappresentazioni degli oggetti matematici conosciuti, in particolare dei numeri. Descrive il proprio ragionamento per giungere a una soluzione e riconosce, tra diverse argomentazioni per sostenere una tesi, quella corretta. Produce argomentazioni a supporto di una risposta data, in particolare sulla rappresentazione di un insieme di dati.

L'allievo/a è in grado di collegare e integrare fra loro più conoscenze fondamentali le cui relazioni sono fornite in modo implicito o ricavate da una rappresentazione. Per esempio, individua il rapporto fra due numeri razionali rappresentati sulla retta dei numeri. Risolve problemi che richiedono l'utilizzo di registri diversi di rappresentazione dei numeri, per esempio percentuali e frazioni oppure conversioni fra unità di misura. L'allievo/a riconosce l'argomentazione che giustifica la risposta corretta ad una domanda nell'ambito dei numeri e delle loro rappresentazioni, per esempio sul significato di percentuale.

### **SPAZIO E FIGURE**

L'allievo/a conosce e collega fra loro elementi e proprietà delle figure piane e dei principali solidi attraverso un'analisi dettagliata del testo e della figura allo scopo di risolvere problemi anche in contesti reali non abituali. Per esempio, determina l'ampiezza di una rotazione a partire dalla lunghezza di un arco oppure calcola la superficie totale di un solido utilizzando strategie di conteggio che considerano anche parti non in vista della figura. L'allievo/a individua adeguate strategie per risolvere problemi. Per esempio riconosce l'opportunità di utilizzare il Teorema di Pitagora anche in contesti reali complessi, oppure calcola l'area di una figura piana ricorrendo alla scomposizione in parti equivalenti.

## LIVELLI DI APPRENDIMENTO: MATEMATICA

$\pi$

### LIVELLO 4

La domanda richiede di completare le parti mancanti di una formula che modella una situazione descritta nel testo. Data la struttura di una relazione tra variabili, attraverso un'analisi dettagliata delle informazioni presenti nel testo, si devono collegare i coefficienti alle variabili presentate nella formula.

#### Domanda

In un test sono assegnati 2 punti per ogni risposta corretta, -1 punto per ogni risposta errata e 0 punti per ogni risposta mancante.

Il test è costituito da 30 domande.

#### Domanda 1/2

Completa la formula seguente che permette di calcolare il punteggio ( $P$ ) totalizzato nel test.

- $C$  indica il numero delle risposte corrette
- $E$  il numero delle risposte errate
- $M$  il numero delle risposte mancanti

Digita i completamenti nelle caselle.

$$P = \boxed{\phantom{00}} \cdot C + \boxed{\phantom{00}} \cdot E + \boxed{\phantom{00}} \cdot M$$

Riposta corretta: 2;-1;0; (corretta se sono inseriti tutti e tre questi valori in questo ordine).

## RELAZIONI E FUNZIONI

L'allievo/a costruisce formule che modellizzano situazioni problematiche in contesti diversi, trasforma formule padroneggiando definizioni e procedure. Risolve problemi in contesti complessi, per esempio in situazioni dove sono presenti relazioni di proporzionalità, esplicitando le strategie risolutive. Identifica elementi e proprietà di oggetti matematici, producendo anche giustificazioni che richiedono l'individuazione di relazioni, proprietà e invarianze tra grandezze.

### DATI E PREVISIONI

L'allievo/a padroneggia significati e proprietà dei contenuti, rappresenta e interpreta dati, collegando fatti e convertendo rappresentazioni in contesti complessi e non abituali. Interpreta informazioni attivando strategie e ragionamenti per individuare lo spazio degli eventi allo scopo di calcolare una probabilità. Risolve problemi anche quando contengono dati sovrabbondanti, tenendo conto dei vincoli, collegando proprietà ed elementi, in contesti complessi e non abituali. È in grado di individuare e produrre argomentazioni adeguate a sostenere una tesi, anche in contesti non abituali, per esempio che coinvolgono il calcolo di percentuali composte.

## LIVELLO 5

### NUMERI

L'allievo/a padroneggia significati e proprietà dei contenuti, con i quali riesce a operare inferenze e collegamenti integrando fra loro i diversi aspetti. Per esempio, individua una relazione rappresentata sulla retta dei numeri e ne riconosce la scrittura corrispondente. Risolve problemi che richiedono l'elaborazione di strategie tenendo conto dei vincoli presenti nel testo. Descrive il procedimento seguito e interpreta nel contesto il risultato ottenuto. Riconosce l'argomentazione che giustifica la risposta corretta a una domanda nell'ambito dei numeri. Per esempio, è in grado di individuare un controesempio utile per falsificare un'affermazione.

### SPAZIO E FIGURE

L'allievo/a ha una conoscenza dei principali elementi di geometria che gli/le permette di risolvere problemi complessi, di individuare proprietà delle figure in costruzioni geometriche articolate o di riconoscere, tra diverse argomentazioni, quella corretta per sostenere una determinata tesi. Per esempio, dimostra di avere padronanza del Teorema di Pitagora e di saperlo applicare alla risoluzione di problemi relativi a figure sia piane sia solide, anche in contesti non abituali; utilizza le formule per il calcolo del volume o della superficie di un parallelepipedo note le dimensioni o per il calcolo di una dimensione noto il volume.

L'allievo/a utilizza con sicurezza gli aspetti concettuali e procedurali degli argomenti più importanti proposti nelle Indicazioni nazionali di matematica per la scuola secondaria di primo grado. Risponde a domande che richiamano situazioni non ordinarie per le quali è necessario costruirsi un modello adeguato. Utilizza diverse rappresentazioni degli oggetti matematici e passa con sicurezza da una all'altra. Illustra e schematizza procedimenti e strategie risolutive dei problemi e fornisce giustificazioni con un linguaggio adeguato al grado scolastico, anche utilizzando simboli, in tutti gli ambiti di contenuto (Numeri, Spazio e figure, Relazioni e funzioni, Dati e previsioni).

## LIVELLI DI APPRENDIMENTO: MATEMATICA

### LIVELLO 5

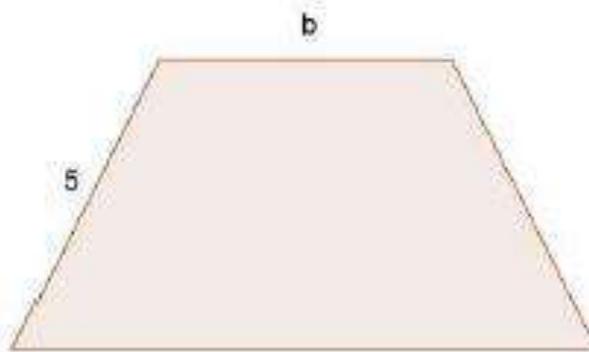
$\pi$

La domanda richiede di produrre una formula che modella una situazione in contesto geometrico integrando informazioni presenti nel testo verbale e nella figura.

Per esprimere come varia il perimetro del trapezio in funzione della lunghezza di un suo lato occorre sapere che un trapezio isoscele ha due lati congruenti e sfruttare la relazione tra le basi (base maggiore è il doppio della base minore) traducendola in linguaggio simbolico.

#### Domanda

Nel trapezio isoscele in figura la base maggiore è doppia della minore.



Scrivi una formula che esprima il perimetro  $p$  del trapezio in funzione di  $b$ .

Digita la risposta alla domanda.

Risposta:  $p =$

Risposta corretta:  $3b+10$  (o espressioni equivalenti)

π

# ***Gestinv***

# Uno strumento per gli insegnanti



<http://www.gestinv.it/>

**Gestinv 2.0** Archivio interattivo delle prove Invalsi  
realizzato da Cervelli In Azione srl e ForMath srl, sviluppando un progetto realizzato per l'Invalsi da Sergio Zocante

Informazioni	Matematica	Italiano	Utilità
<p>Introduzione a Gestinv. Novità e aggiornamenti della versione</p>	<p>Prove di Matematica Banca dati dei risultati delle Prove Invalsi di Matematica: 28 prove tenutesi dal 2008 al 2015 (1124 domande e relative risposte).</p>	<p>Prove di Italiano Presto on line la banca dati delle prove Invalsi di Italiano.</p>	<p>Registrazione Ottieni la password per accedere.</p> <p>Raccolta di documenti Documenti scaricabili su Invalsi e Istruzione.</p>

$\pi$

**ARCHIVIO PROVE INVALSI MATEMATICA** Rossella Garuti

35 Prove | 956 Domande | 1469 Item

TUTTE LE PROVE

Visualizza 10 elementi Cerca:

Materia	Anno	Liv.	Usò	Prova completa	Risultati	Domande
Matematica	2008	08	PN	<a href="#">Scarica</a>		<a href="#">Domande</a>
Matematica	2009	02	SNV	<a href="#">Scarica</a>		<a href="#">Domande</a>

**ARCHIVIO PROVE INVALSI ITALIANO** Rossella Garuti

24 Prove | 243 Domande | 337 Item

TUTTE LE PROVE

Visualizza 10 elementi Cerca:

Materia	Anno	Liv.	Usò	Prova completa	Risultati	Domande
Italiano	2008	08	PN	<a href="#">Scarica</a>		<a href="#">Domande</a>
Italiano	2009	05	SNV	<a href="#">Scarica</a>		<a href="#">Domande</a>

# Ambito

# Processo

# Indicazioni Nazionali

item A

item B

item C

## Ambito

DATI E PREVISIONI

## Processo

Utilizzare strumenti, modelli e rappresentazioni nel trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (descrivere un fenomeno in termini quantitativi, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni,...)

## Indicazioni

1. **Traguardi IN** - TP-V Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.
2. **Obiettivi IN** - Ob3-13 Leggere e rappresentare relazioni e dati con diagrammi, schemi e tabelle.

## Parole chiave

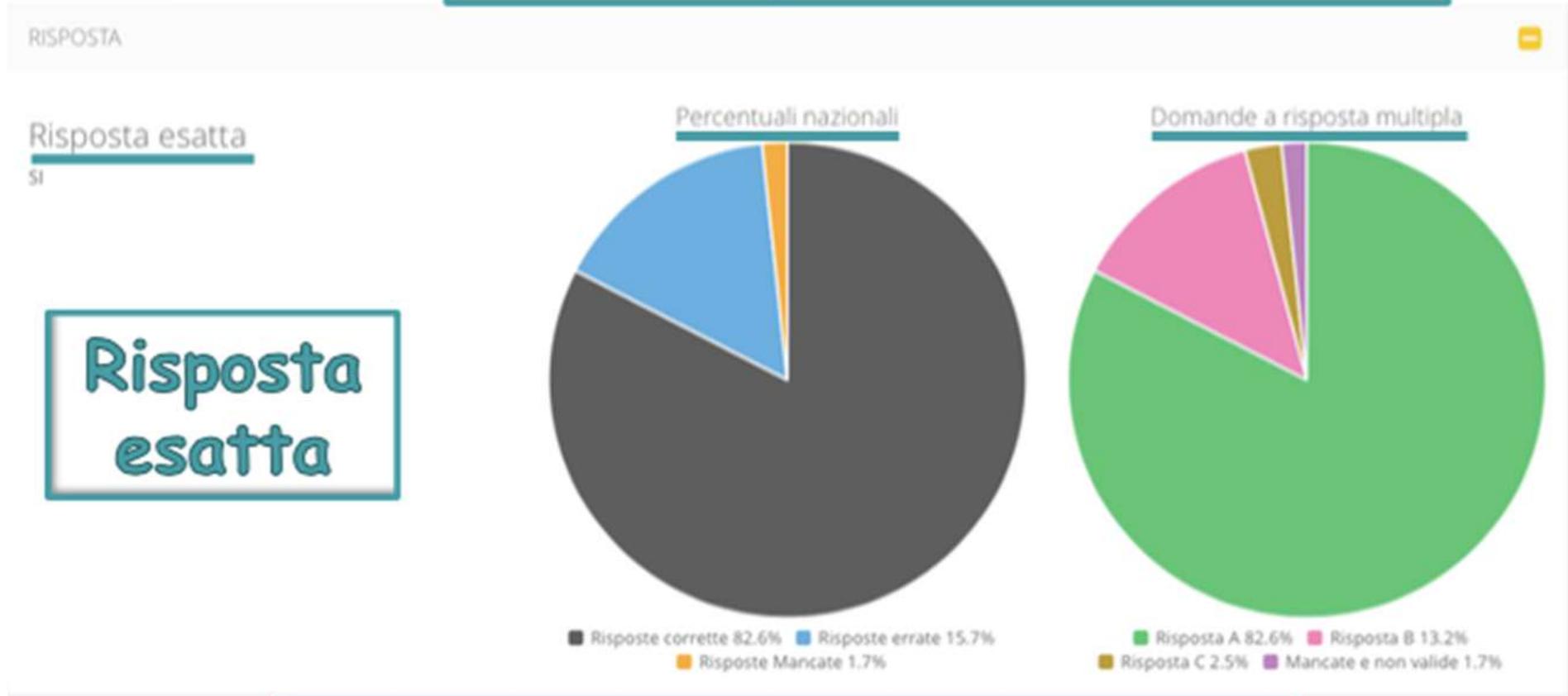
doppio

estrapolazione di informazioni

istogramma

rappresentazione di dati

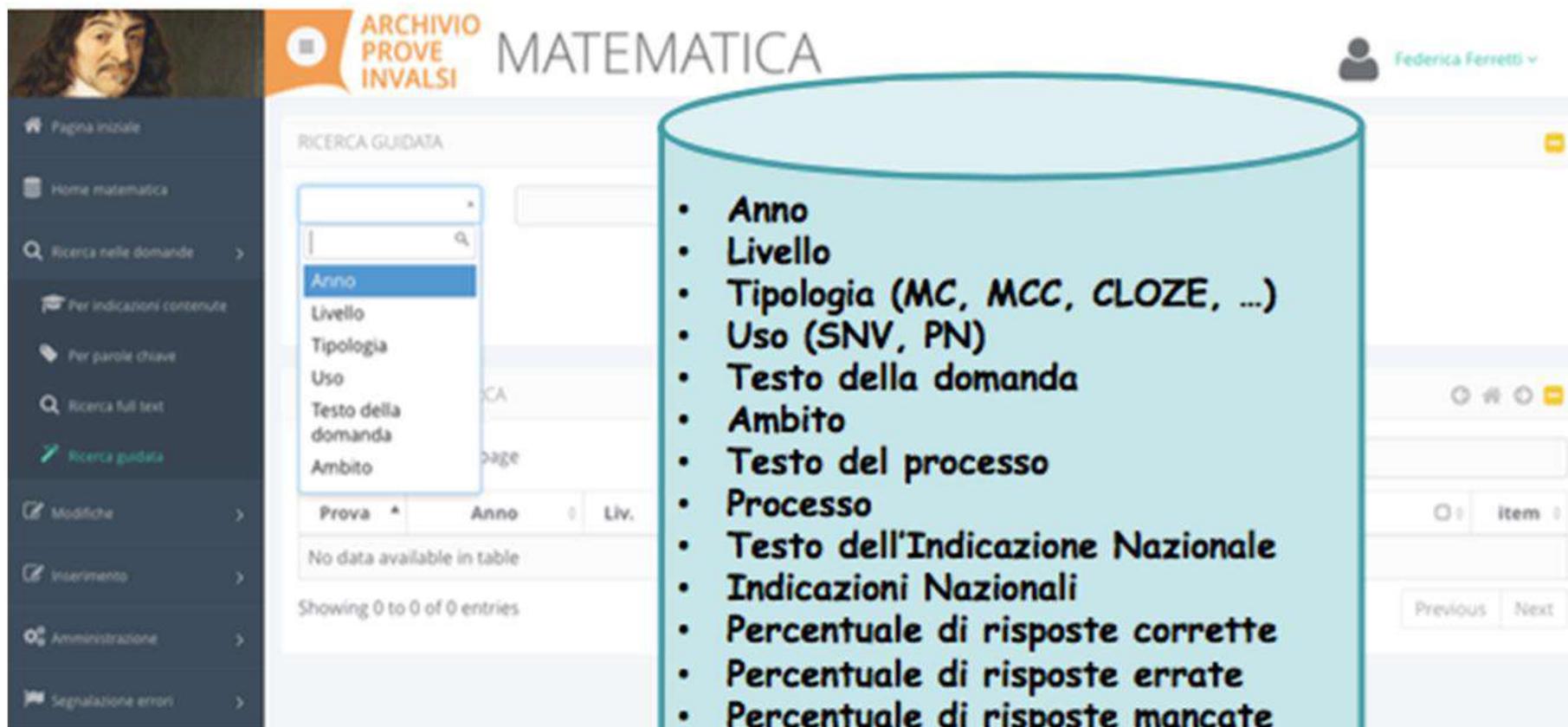
# Percentuali di risposte corrette, errate e mancate



Risposta esatta

Percentuali di risposta ad ogni distrattore

# Ricerca Guidata



ARCHIVIO PROVE INVALSI MATEMATICA

Federica Ferretti

RICERCA GUIDATA

- Anno
- Livello
- Tipologia
- Uso
- Testo della domanda
- Ambito

Prova \* Anno Liv.

No data available in table

Showing 0 to 0 of 0 entries

Previous Next

- Anno
- Livello
- Tipologia (MC, MCC, CLOZE, ...)
- Uso (SNV, PN)
- Testo della domanda
- Ambito
- Testo del processo
- Processo
- Testo dell'Indicazione Nazionale
- Indicazioni Nazionali
- Percentuale di risposte corrette
- Percentuale di risposte errate
- Percentuale di risposte mancate
- Parole Chiave

---

Grazie per  
l'attenzione



---

